

Subject Code : 35 (NS)

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of questions : 50]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

- ಸೂಚನೆಗಳು :
1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳನ್ನೂ ಉತ್ತರಿಸಿ.
 2. ಭಾಗ-E ಯಲ್ಲಿರುವ ಸರಳರೇಖಾತ್ಮಕ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ಭಾಗ-A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10 × 1 = 10)

- 1) ಉಭಯ ಕ್ಷೇಪನ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
- 2) $\cos^{-1} x$ ನ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಗಳ ವಿಭಾಗವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 3) $A = [a_{ij}]$ ಆಗಿದ್ದು, ಮಾತೃಕೆಯ ಧಾತುಗಳು $a_{ij} = \frac{i}{j}$ ಎಂಬುವುದರಿಂದ ಬರುವುದಾದರೆ, 2×2 ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 4) A ಎಂಬುದು ಎರಡನೇ ದರ್ಜೆಯ ವಿಲೋಮಿತ ಮಾತೃಕೆಯಾದರೆ, $|A^{-1}|$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35 (NS)

5) $v = e^{x^3}$ ಆದಾಗ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) ಸದಿಶ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ಎಂದಾದರೆ, ಅದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಕಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) ಒಂದು ರೇಖೆಯು x, y ಮತ್ತು z ಅಕ್ಷಗಳೊಂದಿಗೆ ಧನ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾರ, ಕ್ರಮವಾಗಿ 90° , 60° ಮತ್ತು 30° ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ದಿಶಾಕೋಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) ಸರಳರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಆಪ್ಟಿಮಲ್ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

10) $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ಆದರೆ, $P(A/B)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಭಾಗ-B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. (10 × 2 = 20)

11) ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆ $*$ ನ್ನು Q ದ ಮೇಲೆ, $a * b = \frac{ab}{2}$, $\forall a, b \in Q$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ, $*$ ಎಂಬುದು ಸಹವರ್ತನೀಯವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

12) $\sin\left(\sin^{-1} \frac{1}{5} + \cos^{-1} x\right) = 1$ ಎಂದಾದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

35 (NS)

- 14) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು $(-2, -3)$, $(3, 2)$ ಮತ್ತು $(-1, -8)$ ಗಳಾಗಿದ್ದು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 15) $x^{\sin x}$, $x > 0$ ನ್ನು x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅವಕಲಿಸಿ.
- 16) $x^2 + xy + y^2 = 100$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 17) $y = x^3 - x$ ವಕ್ರರೇಖೆಗೆ $x = 2$ ದಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಓಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 18) $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$ ನ್ನು x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಅನುಕಲಿಸಿ.
- 19) $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 1}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 20) $\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 21) $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 22) $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶಗಳು, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35 (NS)

23) ಎರಡು ಸಮತಲಗಳ ಸದಿರ ಸಮೀಕರಣಗಳು $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 5$ ಮತ್ತು $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) = 3$ ಆದಾಗ, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಯಾದೃಷ್ಟಿಕ ಚರ X ನ ವಿತರಣಾ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

X	0	1	2	3	4
$P(X)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

(i) k

(ii) $P(X \geq 2)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಭಾಗ-C

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10 × 3 = 30)

25) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ಎಂಬ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ}\}$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, R ಸಂಬಂಧವು ಸಮಾನತೆಯ ಸಂಬಂಧ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

26) $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

27) ಮೂಲ ಪರಿವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $x = \sin t$, $y = \cos 2t$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx} = -4 \sin t$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

29) $f(x) = x^2 + 2$, $x \in [-2, 2]$, ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ರೋಲನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

30) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವು ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 31) $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 32) $\int e^x \sin x dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 33) ವಕ್ರರೇಖೆ $y = x^2$ ಮತ್ತು $y = 4$ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಆವೃತಗೊಂಡ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 34) $y = a \sin(x + b)$ ಸಮೂಹ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಇದರಲ್ಲಿ a, b ಸ್ವೇಚ್ಛಾನುಸಾರ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಾಗಿವೆ, ಹೀಗಿದ್ದಾಗ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 35) P ಎಂಬ ಬಿಂದುವು, ಸ್ಥಾನಸದಿಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ \vec{a} ಮತ್ತು \vec{b} ಆಗಿರುವ A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು $m:n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, P ಯ ಸ್ಥಾನಸದಿಶವು $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- 36) $A(3,2,1), B(4,x,5), C(4,2,-2)$ ಮತ್ತು $D(6,5,-1)$ ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 37) $3x - y + 2z - 4 = 0$ ಮತ್ತು $x + y + z - 2 = 0$ ಸಮತಲಗಳ ಛೇದನರೇಖೆ ಮತ್ತು $(2,2,1)$ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಸಮಲತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 38) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 4 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಮತ್ತೊಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 2 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 6 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಎರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಚೀಲವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡು, ಆ ಚೀಲದಿಂದ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಚೆಂಡನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಚೀಲದಿಂದ ತೆಗೆದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35 (NS)

ಭಾಗ-D

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(6 × 5 = 30)

39) R_+ ಎಂಬುದು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವಾಗಿದ್ದು, $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$ ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x) = x^2 + 4$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ, f ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮಿತ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದರ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

40) $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ AC , BC ಮತ್ತು $(A+B)C$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ, ಹಾಗೂ $(A+B)C = AC + BC$ ಎಂದು ತಾಳೆನೋಡಿ.

41) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕೋಶಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12$$

42) $y = (\tan^{-1} x)^2$ ಆದರೆ, $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

43) ಒಂದು ಕೊಳವೆಯಿಂದ ಬೀಳುವ ಮರಳಿನ ದರವು ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 12 ಘನ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಬೀಳುವ ಮರಳು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಶಂಕುವಿನ ಆಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರವು ಯಾವಾಗಲೂ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಆರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುವಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಎತ್ತರವು 4 ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದಾಗ, ಎತ್ತರವು ಯಾವ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಏರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35 (NS)

- 44) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{x^2 + a^2}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 45) (1,0), (2,2) ಮತ್ತು (3,1) ಗಳು ತ್ರಿಕೋನದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅನುಕಲನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 46) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 47) ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು, ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.
- 48) ಒಂದು ಪರಿಶುದ್ಧ ನಾಣ್ಯವನ್ನು 10 ಸಲ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- i) ನಿಖರವಾಗಿ ಆರು ಸರೋಮುಖಗಳು.
- ii) ಕನಿಷ್ಠ ಆರು ಸರೋಮುಖಗಳು.

ಭಾಗ-E

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(1 × 10 = 10)

49) a) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (6)

b)
$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$
 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. (4)

35 (NS)

50) a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $z = 3x + 9y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ :

ನಿಬಂಧನೆಗಳು :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y \quad \text{ಮತ್ತು}$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

(6)

b) $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{ಆದರೆ } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{ಆದರೆ } x > 3 \end{cases}$

ಉತ್ಪನ್ನವು $x = 3$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೆ, a ಮತ್ತು b ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(4)

(English Version)

- Instructions :**
1. The question paper has five Parts namely A, B, C, D and E. Answer **all** the five **Parts**.
 2. Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.

PART – A

Answer **all** the **ten** questions :

(10 × 1 = 10)

- 1) Define bijective function.
- 2) Write the principal value branch of $\cos^{-1} x$.
- 3) Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$, whose elements are given by $a_{ij} = \frac{i}{j}$.
- 4) If A is an invertible matrix of order 2 then find $|A^{-1}|$.
- 5) If $y = e^{x^3}$, find $\frac{dy}{dx}$.
- 6) Find $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$.
- 7) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.
- 8) If a line makes angle 90° , 60° and 30° with the positive direction of x, y and z – axis respectively, find its direction cosines.

35 (NS)

9) Define optimal solution in a linear programming problem.

10) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, find $P(A/B)$.

PART – B

Answer **any ten** questions :

(10 × 2 = 20)

11) Let $*$ be a binary operation on Q , defined by $a * b = \frac{ab}{2}$, $\forall a, b \in Q$.

Determine whether $*$ is associative or not.

12) If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ then find the value of x .

13) Write the simplest form of $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

14) Find the area of the triangle whose vertices are $(-2, -3)$, $(3, 2)$ and $(-1, -8)$ by using determinant method.

15) Differentiate $x^{\sin x}$, $x > 0$ with respect to x .

16) Find $\frac{dy}{dx}$, if $x^2 + xy + y^2 = 100$.

17) Find the slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.

18) Integrate $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ with respect to x .

19) Evaluate : $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 1}$.

20) Find the order and degree of the differential equation :

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0.$$

21) Find the projection of the vector $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$.

22) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

23) Find the angle between the planes whose vector equations are $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) = 3$.

24) A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4
$P(X)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

Determine :

(i) k

(ii) $P(X \geq 2)$.

35 (NS)

PART – C

Answer **any ten** questions :

(10 × 3 = 30)

25) Show that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ given by $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is even}\}$, is an equivalence relation.

26) Prove that $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}$.

27) By using elementary transformations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.

28) If $x = \sin t$, $y = \cos 2t$ then prove that $\frac{dy}{dx} = -4 \sin t$.

/

29) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2$, $x \in [-2, 2]$.

30) Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible.

31) Find $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)}$.

32) Find $\int e^x \sin x dx$.

33) Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = 4$.

35 (NS)

- 34) Form the differential equation representing the family of curves $y = a \sin(x + b)$, where a, b are arbitrary constants.
- 35) Show that the position vector of the point P , which divides the line joining the points A and B having position vectors \vec{a} and \vec{b} internally in the ratio $m : n$ is $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$.
- 36) Find x such that the four points $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ and $D(6, 5, -1)$ are coplanar.
- 37) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point $(2, 2, 1)$.
- 38) A bag contains 4 red and 4 black balls, another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag.

PART - D

Answer **any six** questions :

(6 × 5 = 30)

- 39) Let R_+ be the set of all non-negative real numbers. Show that the function $f : R_+ \rightarrow [4, \infty)$ given by $f(x) = x^2 + 4$ is invertible and write the inverse of f .
- 40) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$, calculate AC, BC and $(A + B)C$. Also, verify that $(A + B)C = AC + BC$.

35 (NS)

41) Solve the following system of linear equations by matrix method.

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5.$$

$$2x - y + 3z = 12$$

42) If $y = (\tan^{-1} x)^2$, show that $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$.

43) Sand is pouring from a pipe at the rate of $12 \text{ cm}^3/\text{s}$. The falling sand forms a cone on the ground in such a way that the height of the cone is always one-sixth of the radius of the base. How fast is the height of the sand cone increasing when the height is 4 cm?

44) Find the integral of $\frac{1}{x^2 + a^2}$ with respect to x and hence find

$$\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx.$$

45) Using integration find the area of the region bounded by the triangle whose vertices are (1, 0), (2, 2) and (3, 1).

46) Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$.

47) Derive the equation of the line in space passing through two given points, both in vector and Cartesian form.

48) If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of

- i) exactly six heads
- ii) atleast six heads.

PART – E

Answer **any one** of the following questions :

(1 × 10 = 10)

- 49) a) Prove that $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ and hence evaluate

$$\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} dx. \quad (6)$$

- b) Prove that :

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3. \quad (4)$$

- 50) a) Solve the following problem graphically :

Minimise and Maximise

$$z = 3x + 9y$$

Subject to the constraints :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

(6)

- b) Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

is continuous at $x = 3$.

(4)