

M - 2020

Subject Code : 35 (NS)

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of questions : 50]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
2. ವಿಭಾಗ- E ನಲ್ಲಿನ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

(10 × 1 = 10)

- 1) N ಗಣದಲ್ಲಿರುವ ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆ * ಅನ್ನು $a*b = a$ ಮತ್ತು b ನ ಲ.ಸಾ.ಅ $\forall a, b \in N$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ $5*7$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 2) $y = \sec^{-1} x$ ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 3) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿ 5 ಅಂಶಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದು ಯಾವ ಯಾವ ದರ್ಜೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯಿದೆ?
- 4) $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, x ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 5) $y = \tan(\sqrt{x})$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6) $\int (2x^2 + e^x) dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 7) ಸದಿಶದ ಋಣ ಸದಿಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
- 8) ರೇಖೆಯೊಂದು X, Y, Z ಅಕ್ಷಗಳೊಂದಿಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $90^\circ, 135^\circ$ ಮತ್ತು 45° ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ, ಅದರ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 9) ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
- 10) A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $P(A) = \frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $P(B) = \frac{1}{5}$ ಆದರೆ $P(A \cap B)$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

(10 × 2 = 20)

- 11) $f: R \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g: R \rightarrow R$ ಎರಡು ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು $f(x) = \cos x$ ಮತ್ತು $g(x) = 3x^2$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. $g \circ f$ ಮತ್ತು $f \circ g$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 12) $\forall x \in R$ ಇದ್ದಾಗ $\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 13) $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{5}\right)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

14) $(-2, -3)$, $(3, 2)$ ಮತ್ತು $(-1, -8)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕಗಳ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

15) $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) $y = x^x$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಟ್ಟು ನಿಟ್ಟಾಗಿ ಕ್ಷೀಣಿಸಿದಾಗ f ನ ಅಂತರಾಳವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) $\int \cot x \log(\sin x) dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) $\int x \sec^2 x dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ)ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಸದಿಶ $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ ಎಂದಾದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) X, Y, Z ಅಕ್ಷಗಳೊಂದಿಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 2, 3, 4 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಭೇದಕಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಸಮತಲವೊಂದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) X ಎಂಬ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರದ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಹಂಚಿಕೆ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	K	2K	2K	K

ಹಾಗಾದರೆ K ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - C

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(10 × 3 = 30)

25) ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಗಣ A ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ಅನ್ನು $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳು}\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ, R ಸಮತ್ವ ಸಂಬಂಧ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

26) $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

27) $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ $F(x) F(y) = F(x + y)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

28) $x = 2at^2$, $y = at^4$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) $f(x) = x^2 - 4x - 3$, $x \in [1, 4]$ ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

30) ನಿಪ್ಪನ್ನವನ್ನು ಬಳಸಿ $\sqrt{36.6}$ ದ ಸನ್ನಿಹಿತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) $\int \frac{(x-3)^{e^x}}{(x-1)^3} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

32) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ ಅನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ.

33) ವಕ್ರರೇಖೆ $x^2 = 4y$, $y = 2$, $y = 4$ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು y -ಅಕ್ಷಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಥಮ ಚತುರ್ಥಾಂಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರದೇಶದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) $(-2, 3)$ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು (x, y) ನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಒಟ್ಟು $\frac{2x}{y^2}$ ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

35) $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ಆದರೆ $(\vec{a} + \vec{b})$ ಮತ್ತು $(\vec{a} - \vec{b})$ ಸದಿಶಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ ಮತ್ತು $D(6, 5, -1)$ ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

37) $3x - y + 2z - 4 = 0$ ಮತ್ತು $x + y + z - 2 = 0$ ಗಳ ಛೇದನದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ $(2, 2, 1)$ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು 4 ಸಲಕ್ಕೆ 3 ಸಲ ಸತ್ಯವನ್ನು ನುಡಿಯುತ್ತಾನೆಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ ಅವನು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಅದು ಆರು ಎಂದು ವರದಿ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಆರು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

(6 × 5 = 30)

39) $f: R \rightarrow R$ ನ್ನು $f(x) = 4x + 3$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. f ಪ್ರತಿಯೋಮಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. f ನ ಪ್ರತಿಯೋಮವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ $(A+B)$

ಮತ್ತು $(B-C)$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೂ $A+(B-C) = (A+B) - C$ ಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

41) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

42) $y = (\tan^{-1} x)^2$, ಆದರೆ $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

43) ಒಂದು ನಳಿಕೆಯಿಂದ (pipe) ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ $12 \text{ cm}^3/\text{s}$ ದರದಲ್ಲಿ ಮರಳನ್ನು ಸುರಿಯಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಬೀಳುವ ಮರಳು ಒಂದು ಶಂಖಾಕೃತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತಿದೆ. ಮತ್ತು ಶಂಖಾಕೃತಿಯ ಎತ್ತರವು ಯಾವಾಗಲೂ ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಆರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಶಂಖಾಕೃತಿಯ ಮರಳಿನ ಎತ್ತರ 4 ಸೆಂ. ಇದ್ದಾಗ, ಎತ್ತರದಲ್ಲಾಗುವ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{x^2 + a^2}$ ಅನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ. ಮತ್ತು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

45) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತ ಮತ್ತು $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ 2 ಆವೃತ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಅನುಕಲನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

47) ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

48) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ 50 ಲಾಟರಿ ಚೀಟಿಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಲಾಟರಿ ಚೀಟಿಯನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಅವನು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಬಹುಮಾನವನ್ನು ಗೆಲ್ಲುವ ಸಾಧ್ಯತೆ $\frac{1}{100}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅವನು

a) ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದು ಸಲ

b) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಲ ಬಹುಮಾನ ಗೆಲ್ಲಬಹುದಾದ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

(1 × 10 = 10)

49) a)
$$\int_{-a}^a f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx, & f(x) \text{ ಸಮ ಉತ್ಪನ್ನ ಆದಾಗ} \\ 0, & f(x) \text{ ಬೆಸ ಉತ್ಪನ್ನ ಆದಾಗ} \end{cases}$$

ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ.

(6)

b)
$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$
 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(4)

50) a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $z = 4x + y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ. ನಿಬಂಧನೆಗಳು :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90 \text{ ಮತ್ತು}$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

(6)

b)
$$f(x) = \begin{cases} Kx + 1, & x \leq \pi \text{ ಆದಾಗ} \\ \cos x, & x > \pi \text{ ಆದಾಗ} \end{cases}$$
 ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \pi$ ರಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ, K ಯ

ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(4)

(English Version)

- Instructions :** 1. The question paper has five Parts namely A, B, C, D and E. Answer **all the Parts**.
2. Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.

PART – A

Answer **all the ten** questions :

(10 × 1 = 10)

- 1) Let * be the binary operation on N given by $a * b = \text{L.C.M of } a \text{ and } b$. Find $5 * 7$.
- 2) Write the range of the function $y = \sec^{-1} x$.
- 3) If a matrix has 5 elements, what are the possible orders it can have?
- 4) Find the values of x for which

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$$

- 5) If $y = \tan(\sqrt{x})$, find $\frac{dy}{dx}$.
- 6) Find $\int (2x^2 + e^x) dx$.
- 7) Define Negative of a vector.
- 8) If a line makes angles 90° , 135° and 45° with the X, Y and Z -axes respectively, find its direction cosines.

9) Define optimal solution in Linear programming problem.

10) If $P(A) = \frac{3}{5}$ and $P(B) = \frac{1}{5}$ find $P(A \cap B)$ if A and B are independent events.

PART – B

Answer **any ten** questions :

(10 × 2 = 20)

11) If $f: R \rightarrow R$ and $g: R \rightarrow R$ are given by $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$. Find $g \circ f$ and $f \circ g$.

12) Prove that $\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x, \forall x \in R$.

13) Find the value of $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{5}\right)$.

14) Find the area of the triangle whose vertices are $(-2, -3)$, $(3, 2)$ and $(-1, -8)$ using determinant method.

15) Find $\frac{dy}{dx}$, if $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$.

16) If $y = x^x$, find $\frac{dy}{dx}$.

- 17) Find the interval in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is strictly decreasing.
- 18) Find $\int \cot x \log(\sin x) dx$.
- 19) Find $\int x \sec^2 x dx$.
- 20) Find the order and degree (if defined) of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$.
- 21) Find the projection of the vector $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$.
- 22) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.
- 23) Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the X , Y and Z -axes respectively.
- 24) A random variable X has the following probability distribution.

X	0	1	2	3	4
$P(X)$	0.1	K	$2K$	$2K$	K

Find the value of K .

PART – C

Answer **any ten** questions :

(10 × 3 = 30)

25) Show that the relation R defined in the set A of all triangles as

$R = \{(T_1, T_2) : T_1 \text{ is similar to } T_2\}$ is an equivalence relation.

26) Prove that $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$.

27) If $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then show that $F(x) F(y) = F(x + y)$.

28) If $x = 2at^2$, $y = at^4$ then find $\frac{dy}{dx}$.

29) Verify Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 - 4x - 3$, $x \in [1, 4]$.

30) Use differential to approximate $\sqrt{36.6}$.

31) Find $\int \frac{(x-3)^{e^x}}{(x-1)^3} dx$.

32) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$.

- 33) Find the area of the region bounded by $x^2 = 4y$, $y = 2$, $y = 4$ and the y -axes in the first quadrant.
- 34) Find the equation of a curve passing through the point $(-2, 3)$, given that the slope of the tangent to the curve at any point (x, y) is $\frac{2x}{y^2}$.
- 35) Find a unit vector perpendicular to each of the vector $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$.
- 36) Find x such that the four points $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ and $D(6, 5, -1)$ are coplanar.
- 37) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point $(2, 2, 1)$.
- 38) A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a dice and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six.

PART - D

Answer any six questions :

(6 × 5 = 30)

- 39) Show that the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ given by $f(x) = 4x + 3$ is invertible. Find the inverse of f .

- 40) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ then compute $(A + B)$ and $(B - C)$. Also verify that $A + (B - C) = (A + B) - C$.

41) Solve the system of linear equations by matrix method

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

42) If $y = (\tan^{-1} x)^2$, show that $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$.

43) Sand is pouring from a pipe at the rate of $12 \text{ cm}^3/\text{s}$. The falling sand forms a cone on the ground in such a way that the height of the cone is always one-sixth of the radius of the base. How fast is the height of the sand cone increasing when the height is 4 cm?

44) Find the integral of $\frac{1}{x^2 + a^2}$ w.r.t. x and hence evaluate $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$.

45) Using the method of integration, find the area of the smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ and the line $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$.

46) Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$.

47) Derive the equation of a line in space passing through a given point and parallel to a given vector in both Vector and Cartesian form.

48) A person buys a lottery ticket in 50 lotteries, in each of which his chance of winning a prize is $\frac{1}{100}$. What is the probability that he will win a prize

a) exactly once

b) atleast once?

PART – E

Answer **any one** of the following question :

(1 × 10 = 10)

49) a) Prove that $\int_{-a}^a f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx, & \text{if } f(x) \text{ is an even function} \\ 0, & \text{if } f(x) \text{ is an odd function} \end{cases}$

and hence evaluate $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x dx$. **(6)**

b) Show that $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$. **(4)**

50) a) Maximise $z = 4x + y$

Subject to constraints :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

by graphical method.

(6)

b) Find the value of K ,

if $f(x) = \begin{cases} Kx + 1, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$ is continuous at $x = \pi$. **(4)**