

GKM-MATH. (B & E)

2020

MATHEMATICS

Compulsory

Time—3 Hours 15 Minutes

(First 15 minutes for reading the question paper)

Full Marks — $\begin{cases} 90 — \text{For Regular Candidates} \\ 100 — \text{For External Candidates} \end{cases}$

[1, 2, 3, 4 প্রশ্নগুলির উত্তর প্রশ্নসংখ্যা লিখে অবশ্যই ক্রমানুযায়ী উত্তরপত্রের প্রথম দিকে লিখতে হবে। এর জন্য প্রয়োজনবোধে গণনা ও চিত্র অঙ্কন উত্তরপত্রের ডানদিকে মার্জিন টেনে করতে হবে। কোনো প্রকার সারণি বা গণকযন্ত্র ব্যবহার করা যাবে না। গণনার প্রয়োজনে π -এর আসন্ন মান $\frac{22}{7}$ ধরে নিতে হবে। দরকার মতো গ্রাফ পেপার দেওয়া হবে। পাটিগণিতের অঙ্ক বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে করা যেতে পারে।]

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য 11 নং প্রশ্নের বিকল্প দেওয়া আছে
14 নং পৃষ্ঠায়]

[16 নং প্রশ্ন কেবলমাত্র বহিরাগত পরীক্ষার্থীদের জন্য
15 এবং 16 নং পৃষ্ঠায় দেওয়া আছে]

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির প্রতিটি ক্ষেত্রে সঠিক উত্তরটি নির্বাচন
করো : 1×6=6

(i) কোনো মূলধন 10 বছরে দ্বিগুণ হলে, বার্ষিক সরল সুদের
হার—

- (a) 5%
- (b) 10%
- (c) 15%
- (d) 20%

(ii) $x^2 - 7x + 3 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের গুণফল

- (a) 7
- (b) -7
- (c) 3
- (d) -3

(iii) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটির দৈর্ঘ্য সমান,
 $\angle AOB = 60^\circ$ হলে, $\angle COD$ এর মান হবে —

- (a) 30°
- (b) 60°
- (c) 120°
- (d) 180°

(iv) দুটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত $1 : 4$ এবং তাদের ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত $4 : 5$ হলে তাদের উচ্চতার অনুপাত —

- (a) $1 : 5$
- (b) $5 : 4$
- (c) $25 : 16$
- (d) $25 : 64$

(v) যদি $\sin\theta - \cos\theta = 0$, ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) এবং $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = x$, হয় তাহলে x এর মান —

- (a) 1
- (b) 2
- (c) $\sqrt{2}$
- (d) $2\sqrt{2}$

(vi) $1, 3, 2, 8, 10, 8, 3, 2, 8, 8$ এর সংখ্যাগুরু মান —

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 8
- (d) 10

2. শূন্যস্থান পূরণ করো (যে কোনো পাঁচটি) : $1 \times 5 = 5$

(i) আনিসুর 500 টাকা 9 মাসের জন্য এবং ডেভিড 600 টাকা 5 মাসের জন্য একটি যৌথ ব্যবসায় নিয়োজিত করে। তাদের লভ্যাংশের অনুপাত হবে _____।

(ii) $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$), দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে $b^2 =$ _____ হবে।

(iii) দুটি কোণের সমষ্টি _____ হলে তাদেরকে পরস্পরের সম্পূরক বলা হয়।

(iv) $\sin 3\theta$ এর সর্বোচ্চ মান _____।

(v) একটি নিরেট গোলক গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরী করা হলে গোলক ও চোঙের _____ সমান হবে।

(vi) কিছু ছাত্রের বয়স হলো (বছরে) 10, 11, 9, 7, 13, 8, 14; এদের বয়সের মধ্যমা হল _____ বছর।

3. সত্য বা মিথ্যা লেখো (যে কোনো পাঁচটি) :

1×5=5

(i) বার্ষিক $\frac{r}{2}\%$ সরল সুদের হারে $2p$ টাকার t বছরের সুদে আসলে হলো $\left(2p + \frac{prt}{100}\right)$ টাকা।

(ii) $2a = 3b = 4c$ হলে $a : b : c = 2 : 3 : 4$ হবে।

(iii) একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $5 : 12 : 13$, হলে ত্রিভুজটি সর্বদা সমকোণী ত্রিভুজ হবে।

(iv) একটি রশ্মির প্রান্তবিন্দুকে কেন্দ্র করে, রশ্মিটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরার জন্য উৎপন্ন কোণটি ধনাত্মক হবে।

(v) n যদি যুগ্ম সংখ্যা হয়, তবে মধ্যমা হবে

$\left(\frac{n}{2}\right)$ -তম ও $\left(\frac{n}{2}-1\right)$ -তম পর্যবেক্ষণের গড়।

(vi) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য অর্ধেক এবং উচ্চতা দ্বিগুণ করা হলে শঙ্কুটির আয়তন একই থাকে।

4. যে কোনো দশটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2×10=20

- (i) কোনো আসল ও তার 5 বছরের সবৃদ্ধি মূল্যের অনুপাত 5 : 6, হলে, বার্ষিক সরল সুদের হার নির্ণয় করো।
- (ii) A এবং B কোনো ব্যবসায় 1,050 টাকা লাভ করে। A এর মূলধন 900 টাকা এবং লভ্যাংশ 630 টাকা হলে B এর মূলধন কত ?
- (iii) $x \propto y$, $y \propto z$ এবং $z \propto x$ হলে, তেদ ধ্রুবক তিনটির গুণফল নির্ণয় করো।
- (iv) $5x^2 - 2x + 3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদুটি α ও β হলে $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ এর মান নির্ণয় করো।
- (v) ABCD আয়তকার চিত্রের অভ্যন্তরে O বিন্দু এমনভাবে অবস্থিত যে $OB = 6$ সেমি, $OD = 8$ সেমি এবং $OA = 5$ সেমি। OC -র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
- (vi) ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$ সেমি, $BC = 4$ সেমি এবং B বিন্দু থেকে AC বাহুর উপর লম্ব BD যা AC বাহুর সঙ্গে D বিন্দুতে মিলিত হয়। BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

- (vii) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 8 সেমি এবং 3 সেমি। তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 13 সেমি। বৃত্ত দুটির সরল সাধারণ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত ?
- (viii) একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা 1 ঘণ্টায় যে কোণ আবর্তন করে তার বৃত্তীয় মান কত ?
- (ix) $\tan 4\theta \tan 6\theta = 1$ এবং 6θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ হলে, θ -র মান নির্ণয় করো।
- (x) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা 12 সেমি এবং আয়তন 100π ঘন সেমি। শঙ্কুটির তির্যক উচ্চতা নির্ণয় করো।
- (xi) দুটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 1 : 4 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।
- (xii) যদি $u_i = \frac{x_i - 35}{10}$, $\sum f_i u_i = 30$ এবং $\sum f_i = 60$ হয়; তাহলে \bar{x} এর মান নির্ণয় করো।

5. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5

- (i) তোমার কাকার কারখানায় একটি মেশিনের মূল্য প্রতি বছর 10% হারে হ্রাস প্রাপ্ত হয়। মেশিনটির বর্তমান মূল্য 6000 টাকা হলে 3 বছর পরে ঐ মেশিনের মূল্য কত হবে ?
- (ii) তিন বন্ধু যথাক্রমে 1,20,000 টাকা, 1,50,000 টাকা ও 1,10,000 টাকা মূলধন নিয়ে একটি বাস ক্রয় করে। প্রথম জন ড্রাইভার ও বাকি দুজন কন্ডাক্টরের কাজ করে। তারা ঠিক করে যে সেই আয়ের $\frac{2}{5}$ অংশ কাজের জন্য 3 : 2 : 2 অনুপাতে ভাগ করবে এবং বাকি টাকা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেবে। কোনো এক মাসে যদি 29,260 টাকা আয় হয়, তবে কে কত টাকা পাবে নির্ণয় করো।

6. যে কোনো একটি প্রশ্নের সমাধান করো :

3

(i) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$

- (ii) দুটি ক্রমিক ধনাত্মক অযুগ্ম সংখ্যার গুণফল 143 হলে সমীকরণটি গঠন করো এবং শ্রীধর আচার্যের সূত্র প্রয়োগ করে সংখ্যা দুটি নির্ণয় করো।

7. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

3

(i) $x = 2 + \sqrt{3}$ এবং $x + y = 4$ হলে $xy + \frac{1}{xy}$ এর সরলতম মান নির্ণয় করো।

(ii) $a \propto b$ এবং $b \propto c$ হলে প্রমাণ করো

$$a^3 + b^3 + c^3 \propto 3abc$$

8. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

3

(i) $x : a = y : b = z : c$ হলে দেখাও

$$\frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} + \frac{z^3}{c^3} = \frac{3xyz}{abc}$$

(ii) যদি $\frac{ay - bx}{c} = \frac{cx - az}{b} = \frac{bz - cy}{a}$ হয়, তবে

$$\text{প্রমাণ করো } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

9. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5

(i) প্রমাণ করো, একই বৃত্তাংশস্থ সকল কোণই সমান।

(ii) প্রমাণ করো, বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায় তাদের স্পর্শবিন্দু দুটির সঙ্গে বহিঃস্থ বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ দুটির দৈর্ঘ্য সমান।

10. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

3

(i) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। PA ও PB যথাক্রমে দুটি বৃত্তের ব্যাস হলে, প্রমাণ কর A, Q, B বিন্দুত্রয় সমরেখ।

(ii) সমকোণী ত্রিভুজ ABC এর $\angle A = 90^\circ$, BC এর উপর AD

লম্ব, প্রমাণ করো $\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{BC^2}{AC^2}$ ।

11. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5

(i) 4 সেমি এবং 3 সেমি দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ দুটির মধ্যসমানুপাতী অঙ্কন করো।

(ii) 3 সেমি ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বৃত্তের উপর একটি বিন্দু A তে একটি স্পর্শক অঙ্কন করো।

12. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3 \times 2 = 6$

(i) যদি $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$ হয়, তাহলে দেখাও

$$\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$$

(ii) দুটি কোণের সমষ্টি 135° এবং তাদের অন্তর $\frac{\pi}{12}$ হলে, কোণ দুটির

ষষ্ঠিক ও বৃত্তীয় মান লেখো।

(iii) মান নির্ণয় করো :

$$\frac{5\cos^2 \frac{\pi}{3} + 4\sec^2 \frac{\pi}{6} - \tan^2 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6}}$$

13. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5

(i) একটি হ্রদের h মিটার ওপর একটি বিন্দু থেকে কোনো মেঘের উন্নতি কোণ α এবং হ্রদের ওপর ওর প্রতিবিশ্বের অবনতি কোণ β । প্রমাণ করো, যে বিন্দু থেকে মেঘ দেখা যাচ্ছে

সেখান থেকে মেঘের দূরত্ব $\frac{2h \sec \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$ ।

(ii) দুটি স্তম্ভের উচ্চতা যথাক্রমে 180 মিটার এবং 60 মিটার। দ্বিতীয় স্তম্ভটির গোড়া থেকে প্রথমটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির চূড়ার উন্নতি কোণ নির্ণয় করো।

14. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$4 \times 2 = 8$$

(i) একটি ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি লোহার নলের বহির্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং অন্তর্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 4 সেমি। নলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 1188 বর্গসেমি হলে নলটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(ii) 9 সেমি অন্তর্ব্যাসাধবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলাকার পাত্র সম্পূর্ণ জলপূর্ণ আছে। এই জল 3 সেমি ব্যাস এবং 4 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট চোঙাকৃতি বোতলে ভর্তি করে রাখা হবে। পাত্রটি খালি করতে কতগুলি এইরূপ বোতল দরকার তা নির্ণয় করো।

(iii) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাস 21 মিটার এবং উচ্চতা 14 মিটার। প্রতি বর্গমিটার 1.50 টাকা হিসাবে পার্শ্বতল রঙ করতে কত টাকা খরচ পড়বে ?

15. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4×2=8

- (i) ছাত্রীদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় করো যদি তাদের প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমবৈশিষ্ট্য পরিসংখ্য নিম্নরূপ হয় :

নম্বর	ছাত্রী সংখ্যা
10-এর কম	6
20-এর কম	10
30-এর কম	18
40-এর কম	30
50-এর কম	46

- (ii) নীচের পরিসংখ্য বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করো :

শ্রেণী-সীমানা	পরিসংখ্য
0-10	4
10-20	7
20-30	10
30-40	15
40-50	10
50-60	8
60-70	5

(iii) নীচের শ্রেণি-বিন্যাসিত পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো :

শ্রেণী	পরিসংখ্যা
3-6	2
6-9	6
9-12	12
12-15	24
15-18	21
18-21	12
21-24	3

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য বিকল্প প্রশ্ন]

11. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5

- দুটি প্রদত্ত দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশের মধ্য সমানুপাতী অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।
- প্রদত্ত একটি বৃত্তের উপরিস্থিত একটি বিন্দুতে স্পর্শকের অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।

[বহিরাগত পরীক্ষার্থীদের জন্য অতিরিক্ত প্রশ্ন]

16. (a) যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 3 = 6$

(i) বিক্রয়মূল্যের উপর 20% লাভ হলে ক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ কত ?

(ii) যদি $x = 3 \cos \theta$; $y = 3 \sin \theta$ হয় তবে $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় করো।

(iii) সরল কর : $\sqrt{98} + \sqrt{8} - 2\sqrt{32}$ ।

(iv) একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ এবং লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 এবং তাহাদের উচ্চতার অনুপাত 2 : 3; চোঙ ও শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত কত?

(b) যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $1 \times 4 = 4$

(i) কোনো মূলধন বার্ষিক $6\frac{1}{4}\%$ সরল সুদের হারে কত বছরে দ্বিগুণ হবে ?

(ii) একটি বৃত্তের ব্যাস AB এবং P বৃত্তের উপর যে কোনো একটি বিন্দু। $\angle PAB = 30^\circ$ হলে $\angle PBA$ এর মান কত হবে ?

(iii) $22^\circ 30'$ কে রেডিয়ানে প্রকাশ করো।

(iv) একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10.5 সেমি হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত ?

(v) $x : y = 2 : 3$ এবং $y : z = 4 : 7$, হলে $x : z$ নির্ণয় করো।