SET – D

Total No. of printed pages : 15 Roll No.

607 R / 607 E Regular/Ex-Regular M (Arts / Science) (As per 2014 – 2017 Syllabi)

Group-

2017 (A)

ARTS / SCIENCE

MATHEMATICS

Full Marks - 100

Time : 3 Hours

Answer all questions as per instructions given in each. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ୱରେ ବିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ସମର୍ହ୍ତ ପ୍ରଶ୍ୱର ଭଭର ଦିଆ । The figures in the right-hand margin indicate marks. ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ସ ମାର୍ଚ୍ଚିନ୍ରରେ ନନ୍ୟର ସୂଚିତ ହୋଇଅଛି । Electronic gadgets are not allowed in the examination hall.

ପରୀକ୍ଷା ହଲରେ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ ଯନ୍ତ୍ରର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ ଅଟେ ।

P.T.O.

BUTE (Ansist

Group – A କ – ବିଭାଗ (Marks – 10) (୧୦ ନୟର)

1. Answer all the questions :1×10=10ସମୟ ପ୍ରଶ୍ୱର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Write the value of $\int_{0}^{0} \{x\}$ dx where $\{x\}$ stands for fractional part of *x*.

∫ {x}ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ ଯେଉଁଠାରେ {x}, *x*ର ଖଣ୍ଡିତ ଅଂଶ ୦ ଅଟେ ।

(b) Write the order of the differential equation of the family of circles

 $ax^{2} + ay^{2} + 2gx + 2fy + c = 0$ $ax^{2} + ay^{2} + 2gx + 2fy + c = 0$ ବୃଭ ପରିବାରର ଅବକଳ ସମୀକରଣର ଅର୍ଡର ଲେଖ ।

(c) If the vectors ă, b and c form the sides BC, CA, and AB respectively of a triangle ABC, then write the value of a c + b × c.
 ଯଦି ଦ୍ରିଭୁକ ABCର BC, CA ଓ AB ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ ă, b ଓ c ଦିଶାଙ୍କ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ a × c + b × c ର ମୂଲ୍ୟ

ଲେଖ ।

Mathematics (Set-D) 2 Contd. 607 R/607 E (Arts/Sc.)

(d) Write the minimum value of n such that
 nର ନ୍ୟୁନତମ ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ ଯେପରିକି

$$\frac{d^n \left(3x^3+7\right)^{15}}{dx^n} = 0$$

(e) Write the interval in which the function sin²x – x is increasing.
 ଯେଉଁ ଅନ୍ତରାଳରେ sin²x – x ଫଳନଟି ବର୍ଦ୍ଧିଷ୍ଣ, ତାହା

ଯେଉ ଅନ୍ତରାଳରେ SIN⁻⁻X – X ସଂଜନତ ବବ୍ୱରୁ, ତାହା ଲେଖ ।

- (f) If I_n is an identity matrix of order n, then k being a natural number, write the matrix I^k_n. ଯଦି I_n ଏକ n ଅର୍ଡର ବିଶିଷ ଏକକ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ, ତେବେ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ I^k_n ଲେଖ ଯେଉଁଠାରେ k ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।
- (g) Write the number of ways in which 5 boys and 5 girls can sit around a round table.
 5 ଜଣ ବାଳକ ଓ 5 ଜଣ ବାଳିକା କେତେ ଉପାୟରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଲ୍ ଟେବୁଲ୍ ଚାରିପାଖରେ ବସିପାରିବେ, ତାହା ଲେଖ ।
- (h) One card is drawn from a pack of 52 cards.
 Write the probability that the card drawn is either a king or a spade.

52 ପତା ଥିବା ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପତା ଟଣାଗଲା । ପତାଟି ରାଜା ବା କଳାପାନ ହେବାର ସନ୍ସାବ୍ୟତା ଲେଖ ।

(i) Write the equation of the plane meeting the coordinate axes in A, B and C in order, given that (a, b, c) is the centroid of $\triangle ABC$.

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

3

ଅକ୍ଷଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ସମତଳର ସମୀକରଣ ଲେଖ ଯଦି (a, b, c), ∆ABC ର ଭରକେନ୍ଦ୍ର ହୁଏ ।

(j) Find the value of k such that the line $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-k}{2} \text{ lies on the plane } 2x - 4y$ + z = 7.k ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ଯେପରିକି $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-k}{2}$ ରେଖାଟି 2x - 4y + z = 7 ସମତଳ ଉପରିୟ ହେବ ।

Group – B ଖ – ବିଭାଗ (Marks – 60) (୬୦ ନୟର)

 Answer any five questions : 3×5=15 ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ୱର ଦ୍ୱାର ଦ୍ୱା :
 (a) If (ଯଦି)

 $y = x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \dots \infty}}$, find (ନିର୍ତ୍ତୟ କର) $\frac{dy}{dx}$, the rhs being a valid expression (ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ଏକ ଆର୍ଥ୍କ ପରିପ୍ରକାଶ) ।

(b) If (ଯଦି) u = ℓn(x³ + y³ + z³ – 3xyz), show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ) :

 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x + y + z}.$

4

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

З.

(b) Evaluate:

$$q_{\mathbb{R}}$$
 Highs as:
 $\int x^2 \tan^{-1} x dx$
(c) Evaluate:
 $q_{\mathbb{R}}$ Highs as:
 $2 \int_{-1}^{2} \{ 1 x 1 + [x] \} dx$
(d) Evaluate:
 $q_{\mathbb{R}}$ Highs as:
 $\frac{a}{5} x^2 (a^2 - x^2)^{5/2} dx$
(e) Solve:
 q_{Π} Rights as:
 $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$
(f) Solve:
 q_{Π} Rights as:
 $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$
(f) Solve:
 q_{Π} Rights as:
 $\cos c x \frac{d^2 y}{dx^2} = x$
Mathematics (Set-D) 6 Contd.

(g) Find the particular solution of the following differential equation :

 $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ given that $y = \sqrt{3}$ when x = 1

 $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ ଅବକଳ ସମୀକରଣଟିର ବିଶେଷ ସମାଧାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି x = 1 ଠାରେ y = $\sqrt{3}$ ।

 4. Answer any five questions :
 3×5=15

 ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ୱର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) If $\vec{p} = \frac{1}{\lambda} (\vec{b} \times \vec{c})$, $\vec{q} = \frac{1}{\lambda} (\vec{c} \times \vec{a})$ and $\vec{r} = \frac{1}{\lambda} (\vec{a} \times \vec{b})$ where $\lambda = \begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{bmatrix} \neq 0$, then show that $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{p} + \vec{q} + \vec{r}) = 3$ $\Im \widehat{\varphi} \quad \vec{p} = \frac{1}{\lambda} (\vec{b} \times \vec{c}), \quad \vec{q} = \frac{1}{\lambda} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{G} \quad \vec{r} = \frac{1}{\lambda} (\vec{a} \times \vec{b})$ $\Im \widehat{\varphi} \cap \widehat{\varphi} = \frac{1}{\lambda} (\vec{b} \times \vec{c}), \quad \vec{q} = \frac{1}{\lambda} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{G} \quad \vec{r} = \frac{1}{\lambda} (\vec{a} \times \vec{b})$ $\Im \widehat{\varphi} \cap \widehat{\varphi} = \frac{1}{\lambda} (\vec{b} \times \vec{c}), \quad \vec{q} = \frac{1}{\lambda} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{G} \quad \vec{r} = \frac{1}{\lambda} (\vec{a} \times \vec{b})$
- (b) Find the equation of the plane through the point (2, 1, 0) and passing through the intersection of the planes 3x 2y + z 1 = 0and x - 2y + 3z = 1

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.) 7

(2, 1, 0) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ 3x – 2y + z – 1 = 0, x – 2y + 3z = 1 ସମତଳମାନଦ୍ୱୟର ଛେଦ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ସମତଳର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Prove that the vectors
 2î - ĵ + k, î - 3ĵ - 5k, 3î - 4ĵ - 4k are the sides of a right angled triangle.
 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

 $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, \ \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}, \ 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ ଦିଶାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବେ ।

- (d) If $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} 3\hat{j} + 4\hat{k}$, then verify that $\vec{a} \times \vec{b}$ is perpendicular to both \vec{a} and \vec{b} . ଯଦି $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$, ତେବେ ଯାଞ୍ଚ କର ଯେ $\vec{a} \times \vec{b}$ ଭଭୟ \vec{a} ଓ \vec{b} ପୁତି ଲୟ ।
- (e) Find the feasible region of the system 2y - x ≥ 0, 6y - 3x ≤ 21, x ≥ 0, y ≥ 0. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୋଷୀର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଇଲାକା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର : 2y - x ≥ 0, 6y - 3x ≤ 21, x ≥ 0, y ≥ 0.
 (f) Solve the following LPP graphically : ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPPର ସମାଧାନ କର : Maximize (ଗରିଷ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) : z = 20x + 30y

Subject to (ଯେପରିକି) : 3x+5y ≤ 15

 $x, y \ge 0$

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

8

(g) Find the coordinates of the point, where the perpendicular from the origin to the line joining the points (-9, 4, 5) and (11, 0, -1) meets the line.

ମୂଳ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ (-9, 4, 5) ଓ (11, 0, -1) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଗକାରୀ ରେଖା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲୟ, ରେଖାଟିକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ତାହାର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(h) Find the value of a for which the plane x + y+ z - a = 0 will touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$

> aର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି x + y + z - a = 0ସମତଳ, $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$ ବୃତ୍ତକୁ ସ୍ୱର୍ଶ କରିବ ।

5. Answer any **five** questions : $3 \times 5 = 15$

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ୱର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) Find the inverse of the following matrix : ନିମ୍न ପ୍ରଦତ୍ତ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ବିଲୋମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(b) If (ଯଦି) P(n - 1, 3) : P(n + 1, 3) = 5 : 12, find (ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) n.

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.) 9

- (c) Solve by Cramer's rule : କ୍ରାମର ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ସମାଧାନ କର : 2x - y = 2 3x + y = 13
 (d) If the matrix A is such that
 - $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}, \text{ find } A.$ $\Re \left[\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}, \text{ େବେ ମ୍ୟାତ୍ରିକ୍ସ A ନିର୍ଣ୍ଣୟ}$ କର I
- (e) Five boys and four girls randomly stand in a line. Find the probability that no two girls come together.

ପାଞ୍ଚ କଣ ପୁଅ ଓ ଚାରି କଣ ଝିଅ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ମନ ମୁତାବକ ଛିଡ଼ା ହୁଅନ୍ତି । ଦୁଇ କଣ ଝିଅ ପାଖାପାଖି ଛିଡ଼ା ନ ହେବାର ସନ୍ସାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(f) If a random variable x has a binomial distribution B(8, $\frac{1}{2}$), then find x for which the outcome is most likely.

> ଯଦି ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛ ଚଳ x ଦ୍ୱିପଦୀ ଆବଦ୍ଧନ $B(8, \frac{1}{2})$ ଅନୁସରଣ କରେ, ତେବେ ସନ୍ସବତମ ପରିଣାମ ପାଇଁ x ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

 (g) A cricket team consisting of 11 players is to be chosen from 8 batsmen and 5 bowlers.
 In how many ways can the team be chosen so as to include at least 3 bowlers ?

11 ଜଣିଆ ଗୋଟିଏ କ୍ରିକେଟ ଦଳ, 8 ଜଣ ବ୍ୟାଟସ୍ମ୍ୟାନ ଓ 5 ଜଣ ବୋଲର୍ ମଧ୍ୟରୁ ବଛାଯିବ । କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଏହା କରାଯାଇପାରିବ ଯେପରିକି ଅନ୍ତତଃ 3 ଜଣ ବୋଲର୍ ଦଳରେ ରହିବେ ?

(h) If x^p occurs in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{2w}$, prove that its coefficient is

$$\frac{(2n)!}{\left(\frac{4n-p}{3}\right)!\left(\frac{2n+p}{3}\right)!}$$

 $\left(x^2 + \frac{1}{x}
ight)^{2w}$ ର ବିଞ୍ଚାରରେ ଯଦି x^p ଥାଏ ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର

(2n)! ଯେ ଏହାର ସହଗ $\left(\frac{4n-p}{3}\right)!\left(\frac{2n+p}{3}\right)!$ ଅଟେ ।

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

11

Group – C ଗ – ବିଭାଗ (Marks – 30) (୩୦ ନୟର) 6. Answer any one question : 7 $rac{1}{2}$ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ୱର ଉଭର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $e^{y/x} = \frac{x}{a+bx}$, then (ତେବେ) show that

(ଦର୍ଶାଅ ଯେ) :
$$x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$$
.

(b) A cylindrical open water tank with a circular base is to be made out of 30 sq. metres of metal sheet. Find the dimensions so that it can hold maximum water. (Neglect thickness of sheet)

> 30 ବର୍ଗ ମିଟର ଧାତୁ ପାତ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ନଳାକାର ଖୋଲା ପାଣି ଟାଙ୍କି ତିଆରି କରାଯିବ । ଏହାର ମାତ୍ରା ନିରୂପଣ କର ଯେପରିକି ଏହା ଅଧିକତମ ପାଣି ରଖିପାରିବ । (ପାତର ବେଧକୁ ଉପେକ୍ଷା କର)

> > 12

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

7. Answer any one question :

ଯେକୌଣସି **ଗୋଟିଏ** ପ୍ରଶ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :
 ମୂଲ୍ୟାୟନ କର :

 $\int \frac{dx}{\cos x \left(1 + 2\sin x\right)}$

(b) Solve : ସମାଧାନ କର :

$$\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dy}} = \frac{3x - 7y + 7}{3y - 7x - 3}$$

8. Answer any one question :

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ୱର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

 (a) (i) Prove the following by vector method : An angle inscribed in a semi-circle is a right angle.

> ଦିଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ କଥନକୁ ପ୍ରମାଶ କର : ଅର୍ଦ୍ଧ ବୃଭଖଷଣ୍ଢ କୋଣ ଏକ ସମକୋଶ ଅଟେ ।

- (ii) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ) : $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$
- (b) Show that the line joining the points (0, 2, -4) and (-1, 1, -2) and the line joining the points (-2, 3, 3) and (-3, -2, 1) are coplanar. Find their point of intersection.

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

P.T.O.:

 $7\frac{1}{2}$

ଦର୍ଶାଅ ଯେ (0, 2, – 4) ଓ (–1, 1, –2) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ଏବଂ (–2, 3, 3,) ଓ (–3, –2, 1) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ସମତଳୀୟ । ସେମାନଙ୍କ ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Solve the following LPP graphically : ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଦର LPP ର ସମାଧାନ କର : Maximize : $Z = 4x_1 + 3x_2$ (ଗରିଷ ମାନ ନିର୍ଷୟ କର) subject to (ଯେପରି କି) : $x_1 + x_2 \le 50$ $x_1 + 2x_2 \le 80$ $2x_1 + x_2 \ge 20$

 $x_1 + x_2 \ge 10$ $x_1, x_2 \ge 0$



Answer any one question :
 ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ୱର ଉତ୍ତର ଦିଅ :
 (a) Prove that : (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ) :

$$\begin{pmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{pmatrix}$$

 $= (a^{2}+b^{2}+c^{2}) (a+b+c)(b-c)(c-a)(a-b).$

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.)

14

Contd.

7-2

(b) Show that : ଦର୍ଶାଅ ଯେ :

$$C_1^2 + 2C_2^2 + 3C_3^2 + \dots + nC_n^2 = \frac{(2n-1)!}{\{(n-1)!\}^2}.$$

(c) (i) The probability that a student will pass the final examination in both English and Hindi is 0.5 and the probability of passing neither is 0.1. If the probability of passing English examination is 0.75, what is the probability of passing the Hindi examination ?

> ଏକ ଛାତ୍ର ଶେଷ ପରୀକ୍ଷାରେ ଉଭୟ ଇଂରାଜୀ ଓ ହିନ୍ଦୀରେ ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.5 ଏବଂ ଉଭୟରେ ପାସ୍ ନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.1. ଯଦି ଇଂରାଜୀରେ ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.75, ହିନ୍ଦୀରେ ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(ii) If (ଯଦି) P(A) = 0.4, P(B/A) = 0.3 and (ଓ) P(B^c/A^c) = 0.2, find (ନିର୍ଷ୍ଣୟ କର) P(A/B).

Mathematics (Set-D) 607 R/607 E (Arts/Sc.) 15

- C