SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION MARCH 2019

SUBJECT : MATHEMATICS (COMMERCE) **CODE. NO: SY 51**

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
1.	i)	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 3-4x_1 = 3-4x_2$	1/2	
		$\Rightarrow -4x_1 = -4x_2$	1/2	
		$\Rightarrow x_1 = x_2$		
		$\therefore f$ is one-one.		
		Let $y \in R$, $y = f(x)$	1/2	
		$\Rightarrow y = 3-4x$		
		$\Rightarrow x = \frac{3-y}{4} \in R$	1/2	
		$\therefore f$ is onto.		
	ii)	$y = 3-4x$	1/2	3
		$\Rightarrow x = \frac{3-y}{4}$.		
		$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3-x}{4}$. or $f^{-1} = \frac{3-y}{4}$.	1/2	
		Remark. for defenition of 1-1 and onto give 1/2 score each. For any alternate correct method give full score.		
2.		$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$	2	
		$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	1	3
		Remark: For any 9 correct entries give full score.		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
3.		Area $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	1	
		$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$	1	3
		$= \frac{1}{2}\left\| 0-3(-2)+1(10) \right\|$	½	
		$= 8$ sq. units	½	
4.	(i)	$f(2) = 3$.	1	
	(ii)	Since f is continuous at $x=2$		
		$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2)$	1	3
		$4k = 3$	½	
		$k = 3/4$	½	
		Remark: For definition of Continuity give 1 score.		
5	(i)	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+C$.	1	
	(ii)	$\int \frac{dx}{x^2-6x-7} = \int \frac{dx}{(x-3)^2-4^2}$	½	3.
		$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\log\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\|+C$	1	
		$= \frac{1}{8}\log\left\|\frac{x-7}{x+1}\right\|+C$	½	

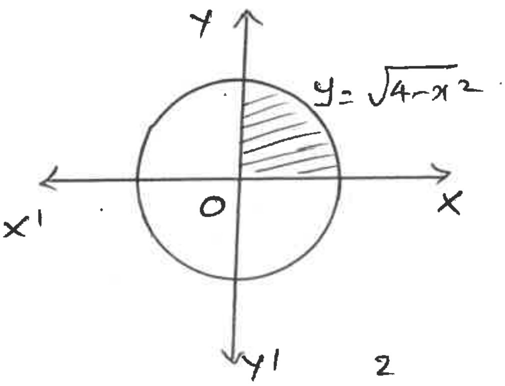
Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
6	(i)	$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$	1	
	(ii)	Let $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$		
		$\vec{a}\cdot\vec{b} = 3 + 1 + 3 = 7$	½	
		$\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$	½	
		$\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{9+1+1} = \sqrt{11}$	½	3
		$\cos\theta = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert} = \dfrac{7}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}} = \dfrac{7}{11}$	½	
		Remark: For $\cos\theta = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$ give ½ score		
7.		$\vec{a}_1 = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b}_1 = \hat{i} + \hat{j}$		
		$\vec{a}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b}_2 = \hat{j} + \hat{k}$	1	
		$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \hat{i} + \hat{k}$	½	
		$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$	½	
		$(\vec{a}_2 - \vec{a}_1)\cdot(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) = 1 + 1 = 2$	½	3
		$\lvert\vec{b}_1 \times \vec{b}_2\rvert = \sqrt{3}$		
		$S.D = \left\lvert \dfrac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1)\cdot(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)}{\lvert\vec{b}_1 \times \vec{b}_2\rvert} \right\rvert = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$	½	
		Remark: For formula give 1 score		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
8	(i)	$2 * 3 = 2\times 3^2 = 18$	1	
	(ii)	$a * b = ab^2, \quad b * a = ba^2$	½	
		$\Rightarrow a * b \neq b * a$	½	
		$\Rightarrow *$ is not commutative		
	(iii)	$a * (b * c) = a * (bc^2)$	½	
		$= a(bc^2)^2 = ab^2c^4$	½	
		$(a * b) * c = (ab^2) * c$	½	4
		$= ab^2c^2$	½	
		$a * (b * c) \neq (a * b) * c$		
		$\Rightarrow *$ is not associative		
		Remark (i) For direct answer or example give full score (ii) For direct answer give 1 score, with example give full score.		
9	i	(a) $\pi/6$	1	
	(ii)	Let $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) = x \Rightarrow \sin x = \frac{5}{13}$ $\Rightarrow \tan x = \frac{5}{12}$ $\therefore x = \tan^{-1}\frac{5}{12}$	1	
		$|||^{ly}$ $\sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$\therefore \tan^{-1}\frac{5}{12} + \tan^{-1}\frac{3}{4} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{5}{12}+\frac{3}{4}}{1-\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{4}}\right)$		
		$= \tan^{-1}\frac{56}{33}$	1	4
		<u>Remark</u>: For any correct alternate method give full score. For any suitable formula give 1 score.		
10	i)	0	1	
	ii)	$R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$		
		$\Rightarrow \begin{vmatrix} 3x+k & 3x+k & 3x+k \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix}$	1	
		$\Rightarrow (3x+k)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix}$	½	
		$C_2 \rightarrow C_2 - C_1$ and $C_3 \rightarrow C_3 - C_1$		4
		$\Rightarrow (3x+k)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & k & 0 \\ x & 0 & k \end{vmatrix}$	1	
		$\Rightarrow (3x+k)\cdot 1\cdot(k^2-0) = k^2(3x+k)$	½	
		<u>Remark</u> For correct expansion give one Score.		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
11	i)	$f'(x) = 2x-4$	1	
	ii)	$f(x)$ is continuous in $[1,3]$	½	
		$f'(x) = 2x-4$ exist in $(1,3)$	½	
		$f(1) = 0$ and $f(3) = 0$	½	
		$\Rightarrow f(1) = f(3)$		4
		Conditions satisfied	1	
		$\therefore f'(c) = 0$		
		$\Rightarrow 2c-4=0 \Rightarrow c = 2 \in (1,3)$	½	
		Hence Rolle's theorem Verified		
12	(i)	(b) 0	1	
	ii)	Let $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx \rightarrow (1)$		
		we have $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$	1	
		$\therefore I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^n(\pi/2 - x)}{\sin^n(\frac{\pi}{2}-x) + \cos^n(\frac{\pi}{2}-x)} dx$	½	
		$= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^n x}{\cos^n x + \sin^n x} dx \rightarrow (2)$	½	4.
		(1)+(2) $\Rightarrow 2I = \int_0^{\pi/2} 1\, dx = (x)_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$	½	

$\therefore I = \pi/4$ ½

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
13.		Area under a curve $= \int_a^b y\,dx$	$1/2$	
				
		Area of the shaded portion $= \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$	1	
		$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + C$	1	4.
		$\therefore$ Area $= \left[\frac{x}{2}\sqrt{4-x^2} + \frac{4}{2}\cdot\sin^{-1}\frac{x}{2}\right]_0^2$	$1/2$	
		$= \left(0 + 2\sin^{-1}(1)\right) - (0+0)$		
		$= 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$ sq. units	$1/2$	
		$\therefore$ Required Area $= 4\pi$ sq. units	$1/2$.	
		Remark: For correct figure give $1/2$ Score.		
14	(i)	Order -1 degree -1	$1/2 + \frac{1}{2}$	
	(ii)	$P = 1/x$, $Q = x^2$	$1/2$	
		Integrating factor $= e^{\int P\,dx} = e^{\int 1/x\,dx}$	$1/2$	
		$= e^{\log x}$.	$1/2$	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$\therefore IF = x$. Solution is $y \cdot IF = \int Q \cdot (I \cdot F)\,dx$ ie) $yx = \int x^2 \cdot x\,dx = \int x^3 dx$ $= \frac{x^4}{4} + C$	1 ½	4.
15	(i)	$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ $= 5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$	1 1	
	ii)	$\hat{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\lvert \vec{a} \times \vec{b} \rvert}$, $\lvert \vec{a} \times \vec{b} \rvert = \sqrt{42}$ $= \frac{5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}}{\sqrt{42}}$.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	4
	(iii)	Area of Parallelogram $= \lvert \vec{a} \times \vec{b} \rvert$ $= \sqrt{42}$ sq. units Remark:- For $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ give ½ score.	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
16	(i)	$P(A\cap B) = P(A)+P(B)-P(A\cup B)$	1	
		$= 0.6+0.5-0.8 = 0.3$	½	
		$P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$	1	
		$= \dfrac{0.3}{0.5} = 3/5 = 0.6$	½	4
	(ii)	(d) $P(E\cap F)$	1	
17		Let food M be x kg and food N be y kg.	1	
		Minimise $Z = 50x+70y$	1	
		Subject to $3x+4y \geq 9$	1	4.
		$5x+2y \geq 11$	1	
		$x, y \geq 0$		
18	(i)	$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	1	
	(ii)	Let $P = \dfrac{A+A^T}{2}$	½	
		$= \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	½	
		$P^T = P \Rightarrow P$ is symmetric.		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$Q = \frac{A - A^T}{2}$	½	
		$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	½	
		$Q^T = -Q \Rightarrow Q$ is skew-symmetric.	1	
		Also $P + Q = A$		
	(iii)	$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	1	6.
		$= \begin{bmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 7 & 14 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	1	
19	(i)	$\lvert A \rvert = 3(2-3) + 2(4+4) + 3(-10)$	1	
		$= -3 + 16 - 30 = -17$		
	(ii)	Cofactor matrix $= \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ -5 & -6 & 1 \\ -1 & 9 & 7 \end{bmatrix}$	2	
		$\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ -8 & -6 & 9 \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(iii)	$AX = B$, $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	½	
		$X = A^{-1}B$	½	
		$= \frac{1}{-17}\begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ -8 & -6 & 9 \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$	1	6.
		$\therefore$ ~~x=y~~ $x = 1, y = 2, z = 1$		
20	(i)	$x^y = y^x$ Take log on both sides $\log x^y = \log y^x$ $y \log x = x \log y$	1	
		differentiating $y \cdot \frac{1}{x} + \log x \cdot \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \log y \cdot 1$	1	
		$\frac{dy}{dx}\left(\log x - \frac{x}{y}\right) = \log y - \frac{y}{x}$	1	
		$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\log y - y/x}{\log x - x/y}$		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(ii)	$\frac{dx}{dt} = 4at, \quad \frac{dy}{dt} = 4at^3$	1+1	
		$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{4at^3}{4at}$	½+½	6
		$= t^2$		
21	(i)	$y^2 = x$	½	
		$2y\frac{dy}{dx} = 1$	½	
		$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$	½	
		Slope, $m = \frac{dy}{dx}$ at $(1,1)$		
		$= \frac{1}{2}$.		
		Equation of tgt. is	1	
		$y - y_1 = m(x - x_1)$	½	
		$\Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x-1)$		
		$\Rightarrow x - 2y + 1 = 0$		
	(ii)	$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$	1	
		$f'(x) = 0 \Rightarrow 6(x^2 - x - 6) = 0$		
		$\Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$	1	6
		$\Rightarrow x = -2, 3$		
		for increasing $f'(x) \geq 0$, decreasing $f'(x) \leq 0$		
		increasing in the interval $(-\infty, -2] \cup [3, \infty)$	½	

and decreasing in $(-2, 3)$ ½

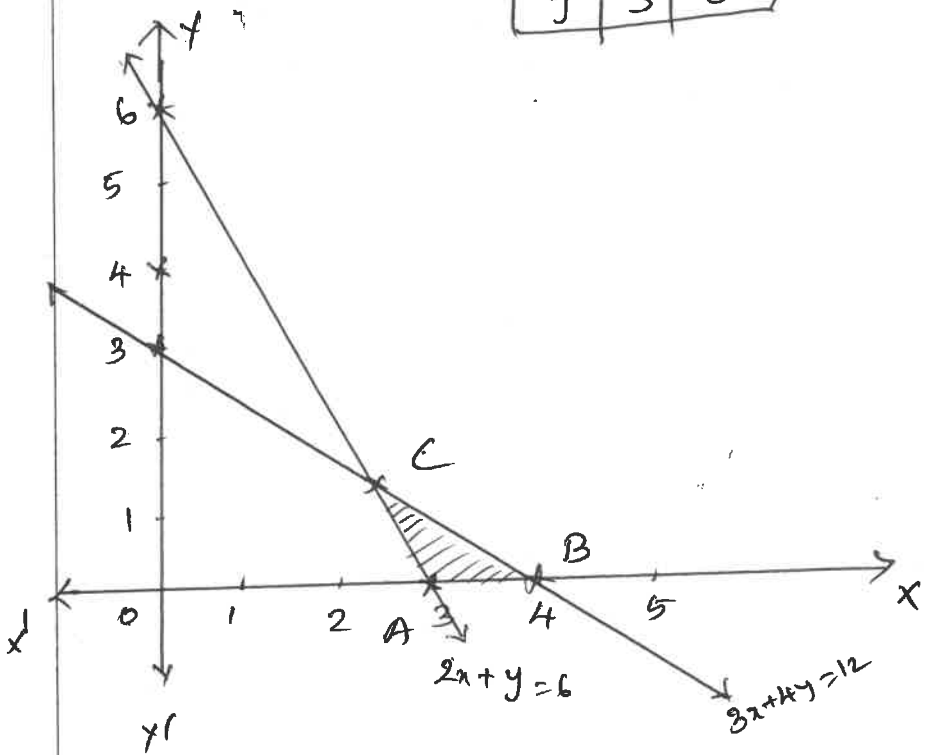
Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
22.	(i)	Since vectors are coplanar $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]=0$	1	
		$\therefore \begin{vmatrix}2&-1&1\\3&1&2\\1&\lambda&-3\end{vmatrix}=0$	1	
		$\Rightarrow 2(-3-2\lambda)+1(-9-2)+1(3\lambda-1)=0$	1/2	
		$\Rightarrow \lambda=-18$	1/2	
	(ii)	$[\vec{a}+\vec{b}\ \ \vec{b}+\vec{c}\ \ \vec{c}+\vec{a}]$		
		$=(\vec{a}+\vec{b})\cdot[(\vec{b}+\vec{c})\times(\vec{c}+\vec{a})]$	1	
		$=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\{(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}]$	1/2	
		$=(\vec{a}+\vec{b})\cdot[\vec{b}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{a}]$	1/2	
		$=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{a})+\vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{b}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\cdot(\vec{b}\times\vec{a})+\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})$	1/2	6
		$=[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]+0+0+0+0+[\vec{b}\ \vec{c}\ \vec{a}]$	1/2	
		$=2[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
23	(i)	$2x + y = 6$.	$\frac{1}{2}$	

x	0	3
y	6	0

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$3x + 4y = 12$	$\frac{1}{2}$	

x	0	4
y	3	0



Score: 3.

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(ii)	Corner points are $A(3,0)$ $B(4,0)$ $C\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$	$1\frac{1}{2}$	6
		A $(3,0)$ $Z = 30$ B $(4,0)$ $\boxed{Z = 40}$ $\Rightarrow$ Maximum. C $\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$ $Z = 28.8 = \frac{144}{5}$		
		Maximum at $x = 4$, $y = 0$.	$\frac{1}{2}$	

Remark: For each correct line give 1 score.
Incorrect shaded region and correct graph } give $3\frac{1}{2}$ score.

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
24	(i)	$\sum P_i = 1$	1	
		$\therefore\ k + 2k + 2k + 2k + k = 1$		
		$8k = 1$	1	
		$k = 1/8$		
	(ii)	$X : 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$		
		$P(x) : 1/8 \quad 2/8 \quad 2/8 \quad 2/8 \quad 1/8$		
		$x_i \cdot P_i(x) : 0 \quad 2/8 \quad 4/8 \quad 6/8 \quad 4/8$	1/2	
		$x_i^2 P_i(x) : 0 \quad 2/8 \quad 8/8 \quad 18/8 \quad 16/8$	1/2	
		$\text{Mean} = \sum x_i P_i = \frac{16}{8} = 2$	1	
		$\sum x_i^2 P_i = \frac{44}{8} = 5.5$		
		$\text{Variance} = \sum x_i^2 P_i - \left(\sum x_i P_i\right)^2$	1	6
		$= 5.5 - 4$	1	
		$= 1.5$		

1. Preethi. K.R, 9495331511
G.H.S.S. Wadakkanchery, (8021)

2. Girija Devi. K. 9497853974
SVVHSS Miyapadavu. (14095)

3. Jyothi Krishna.S 9446433842
H.S.S Thiruvampady. Alappuzha (04068)

4. Leena P.V. 9495216599
VCSHSS, Puthenvelikkara (07041)

5. Jincy.P.Cyriac 9847777424
St.Dominic's HSS Kanjirapally (05062)

6 HAREESH S 9447451517
St.Mary's HSS Pariyapuram (11045)

7. J. John Victor 9446171748
New HSS Nellimood TVM (01069)

8. MARIA DANIEL FERNANDEZ
KRISPRAS HSS, KOLLAM.

9. Rafeeq.K 9745108689.
Chennamangallur HSS. Kozhikode (10044).

10 Jose Mathew, 9495214997
St. Mary's H.S.S, Vellaramkunnu
Idukki.

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION MARCH 2019

SUBJECT : MATHEMATICS (SCIENCE) **CODE. NO: SY 27**

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
1	(a)	$f(x) = \sin x \quad g(x) = x^2$		
		$(f\circ g)(x) = f(g(x))$	1/2	
		$= f(x^2)$		
		$= \sin(x^2)$	1/2	
	(b)	$(u\circ v)x = u(v(x)) = u\left(\frac{3+x}{2}\right)$		3
		$= 2\left(\frac{3+x}{2}\right) - 3 = x$	1	
		$(v\circ u)x = v(u(x))$ $\quad (u\circ v) = \underline{I}$		
		$= v(2x-3)$	1	
		$= \frac{3+2x-3}{2} = x$		
		$(v\circ u) = \underline{I}$		
2	(a)	$x = 5 \quad y = 8$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	
	(b)	$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		$AA' = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}$		3
		$= \begin{bmatrix} 45 & 57 & 84 \\ 57 & 98 & 116 \\ 84 & 116 & 161 \end{bmatrix}$; AA' is Symmetric	$\frac{1}{2}$	
		$A+A^t = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	

NOTE: Consider all correct alternate methods.

(2/16)

$$A + A' = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 8 \\ 10 & 6 & 16 \\ 8 & 16 & 18 \end{bmatrix}, \text{ is symmetric} \quad \tfrac{1}{2}$$

Rmk (i) For any x, y and correct AA' and $A+A'$ give score 2

(ii) For $(A+A')' = A' + A$

$(AA')' = A'A = AA'$ } ①

3	(a)	$y = x^2 - 2x + 1$; $\frac{dy}{dx} = 2x - 2$ slope $= 2x - 2$	1	
	(b)	Since the tangent is $\parallel^{l}$ to $2x - y + 9 = 0$ slopes are equal. $2x - y + 9 = 0$ $\therefore y = 2x + 9$ slope $= 2$	$\frac{1}{2}$	
		$\therefore 2x - 2 = 2 \Rightarrow x = 2$ and $y = 1$ $\therefore$ point $(2, 1)$	$\frac{1}{2}$	3
		Eqn of tangent $y - y_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)(x - x_1)$ $y - 1 = 2(x - 2)$ $y - 2x + 3 = 0$.	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	
		Rmk slope $m = -\frac{a}{b}$ — $\left(\frac{1}{2}\right)$		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
4	(a)	$f(x) = \frac{\sec^2 x}{\tan x}$ or $2\operatorname{cosec} 2x$	1	
	(b)	$\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx = \int \frac{1}{\sqrt{4(\frac{1}{4}-x^2)}}\,dx$	$\frac{1}{2}$	
		$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2 - x^2}}\,dx$	$\frac{1}{2}$	3
		$= \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{1/2}\right) + C$	1	
		$= \frac{1}{2}\sin^{-1} 2x + C$		
		Rmks: a) (i) $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \log\lvert f(x)\rvert$ (1/2)		
		(ii) $\frac{d}{dx}\log x = \frac{1}{x}$ (1/2)		
		b) (i) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$ — (1)		
		(ii) Direct answer give score (2).		
5	(a)	(iii) $\int_a^b y\,dx$	1	
	(b)	Curve $y = 3x$	1	
		Area $= \int_1^2 y\,dx$		3
		$= \int_1^2 3x\,dx$	1	
		$= 3\left(\frac{x^2}{2}\right)_1^2 = \frac{9}{2}$		
		Rmk: (i) $\int_1^2 y\,dx$, 1 Score		
		(ii) For any equation of line — 1/2 Score		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
6	(a)	(ii) 2 OR (iv) 3	1	
	(b)	$\sec^2 x \tan y\, dx + \sec^2 y \tan x\, dy = 0$		
		$\frac{\sec^2 x}{\tan x} dx + \frac{\sec^2 y}{\tan y} dy = 0$	1	3
		$\therefore \int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx + \int \frac{\sec^2 y}{\tan y} dy = 0$	$\frac{1}{2}$	
		ie $\log\lvert\tan x\rvert + \log\lvert\tan y\rvert = \log C$	$\frac{1}{2}$	
		$\tan x \tan y = C$.		
		Rmk Consider C instead of log C.		
7		For analysing the problem give Score 3		3
		Mini. $Z = 1000x + 800y$		
		Constraints $20x + 30y \geq 500$		
		$15x + 12y \geq 400$		
		$25x + 23y \geq 300$		
		$x, y \geq 0$.		
8	a)	Not One-One	$\frac{1}{2}$	
		Because different persons have same birthday	$\frac{1}{2}$	
	(b) (i)	$f(x) = \sin x$		
		$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sin x_1 = \sin x_2$		
		$\Rightarrow x_1 = x_2$	$\frac{1}{2}$	
		$\Rightarrow f$ is one-one		
		$g(x) = \cos x$		
		$g(x_1) = g(x_2) \Rightarrow \cos x_1 = \cos x_2$	$\frac{1}{2}$	
		$\Rightarrow x_1 = x_2$		
		$\Rightarrow g$ is one-one		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(ii)	$(f+g)(x) = \sin x + \cos x$ $(f+g)(x_1) = (f+g)(x_2)$ $\Rightarrow \sin x_1 + \cos x_1 = \sin x_2 + \cos x_2$ $\Rightarrow \sin x_1 - \sin x_2 = \cos x_2 - \cos x_1$ $\Rightarrow \cos \frac{x_1+x_2}{2} = \sin \frac{x_1+x_2}{2}$ $\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} - x_2$ $\Rightarrow f+g$ is not one	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	4
		Rmk $f+g$ is not one-one, give (1)		
	C.	(iii) 6	1	
9		$x = \tan\theta$ $A = \sin^{-1}\left(\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}\right) = \sin^{-1}(\sin 2\theta) = 2\theta$ $B = \cos^{-1}\left(\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}\right) = \cos^{-1}(\cos 2\theta) = 2\theta$ $C = \tan^{-1}\left(\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}\right) = \tan^{-1}(\tan 2\theta) = 2\theta$ $3A - 4B + 2C = \frac{\pi}{3}$ $3.2\theta - 4.2\theta + 2.2\theta = \pi/3$ $2\theta = \pi/3$ $\therefore \tan^{-1} x = \pi/6 \quad x = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1	4
		Rmk (i) Give $\frac{1}{2}$ score for each formula of $2\tan^{-1} x$ (ii) For direct substitution and correct answer give score 4		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
10	a)	$f(x) = \begin{cases} x^2 & x<0 \\ 0 & x=0 \\ x & x>0 \end{cases}$	1	
	b)	$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x) = 0$	$\frac{1}{2}$	
		$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(x^2) = 0$	$\frac{1}{2}$	4
		$f(0)=0$		
		$f(x)$ is continuous at $x=0$	1	
	(c)	$f(x)$ is not differentiable at $x=0$	1	
		Rmk: a) For analysing the figure give 1 score b) For direct answer (Continuous) give 2 Score		
11	a)	$S = 2x^2 + 4xy$	$\frac{1}{2}$	
		$= 2x^2 + 4x \cdot \frac{V}{x^2}$ $\left(V = x^2 y \;\therefore y = \frac{V}{x^2}\right)$	$\frac{1}{2}$	
		$= 2x^2 + \frac{4V}{x}$		
	(b)	$\frac{dS}{dx} = 4x - \frac{4V}{x^2}$	1	
		$\frac{dS}{dx} = 0$	$\frac{1}{2}$	4
		$\Rightarrow V = x^3$ $\Rightarrow x = V^{1/3}$	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{d^2S}{dx^2} = 4 + \frac{8V}{x^3} = 4+8 = 12 > 0$	1	
		$\therefore S$ is minimum		

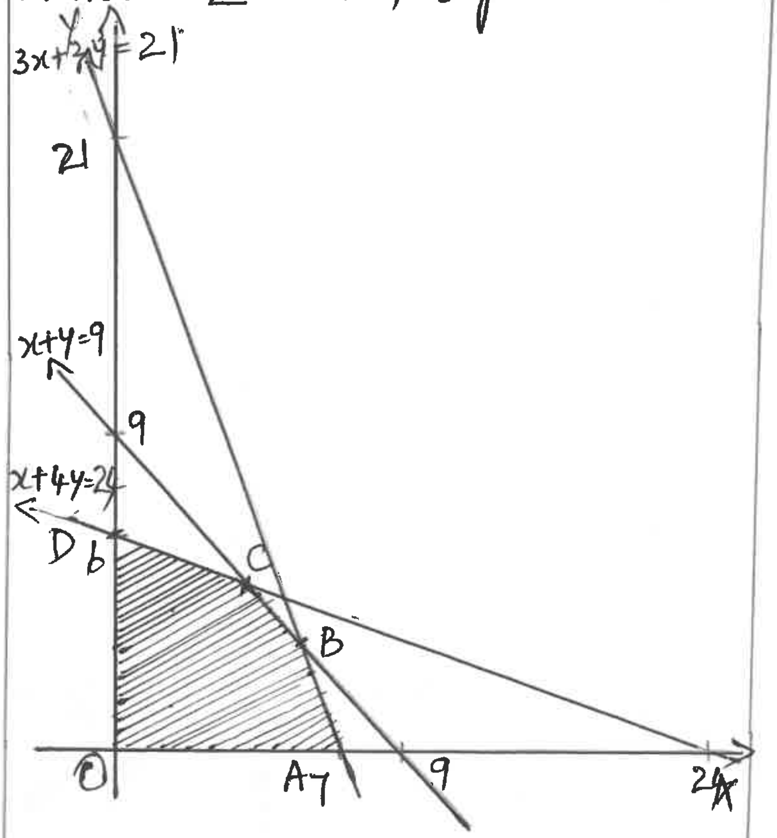
Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$y = \frac{V}{x^2} = \frac{x^3}{x^2} = x$ $\therefore$ Cuboid becomes Cube. Rmk Give 1 Score for $V = x^2 y$		
12.	a)	$A = 1$; $B = 1$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	
	(b)	$\int \frac{2x+4}{x^2+3x+1}\,dx = \int \frac{2x+3}{x^2+3x+1}\,dx + \int \frac{1}{x^2+3x+1}\,dx$	1	
		$= \log\|x^2+3x+1\| + \int \frac{1}{x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+1}\,dx$	$\frac{1}{2}$	
		$= \log\|x^2+3x+1\| + \int \frac{1}{(x+\frac{3}{2})^2-(\frac{\sqrt{5}}{2})^2}$	$\frac{1}{2}$	4
		$= \log\|x^2+3x+1\| + \frac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}} \log\left\|\frac{x+\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}}{x+\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}}\right\|$	1	
		$= \log\|x^2+3x+1\| + \frac{1}{\sqrt{5}} \log\left\|\frac{x+\frac{3-\sqrt{5}}{2}}{x+\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\right\|$		
		Rmk: $\int \frac{1}{x^2-a^2}\,dx = \frac{1}{2a}\log\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$ — give 1 Score		
13	a)	One	1	
	(b)	$IF = e^{\int P\,dx}$	$\frac{1}{2}$	
		$= e^{\int \sec^2 x\,dx}$		
		$= e^{\tan x}$	$\frac{1}{2}$	
	(c)	$y \cdot e^{\tan x} = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} \cdot e^{\tan x}\,dx$	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$u = \tan x$	$\frac{1}{2}$	4
		$\therefore y e^{\tan x} = \int u e^{u} du$		
		$= \tan x \cdot e^{\tan x} - e^{\tan x} + C.$	$\frac{1}{2}$	
		Rmks: (i) $P = \frac{1}{\cos^2 x}$; $Q = \frac{\tan x}{\cos^2 x}$ $\frac{1}{2}$		
		(ii) $y \times IF = \int (Q \times IF) dx + C$ $\frac{1}{2}$		
14	a)	For analysing the problem give 1 score	1	
		$\bar{AB} = 3i - 3j + k$		
		$\bar{AC} = -3i + j - k$		
	(b)	$\lvert\bar{AB}\rvert = \sqrt{19}$	$\frac{1}{2}$	
		$\lvert\bar{AC}\rvert = \sqrt{11}$		
		$\cos\theta = \left\lvert \frac{\bar{AB} \cdot \bar{AC}}{\lvert\bar{AB}\rvert \lvert\bar{AC}\rvert} \right\rvert$		
		$= \left\lvert \frac{-13}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{11}} \right\rvert = \frac{13}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{11}}$	$\frac{1}{2}$	
		$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{13}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{11}}\right)$		
	(c)	$\hat{n} = \frac{\bar{AB} \times \bar{AC}}{\lvert\bar{AB} \times \bar{AC}\rvert}$		
		$\bar{AB} \times \bar{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		$= 2i - 6k$	$\frac{1}{2}$	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$\lvert \overline{AB} \times \overline{AC} \rvert = \sqrt{40}$	$\frac{1}{2}$	4
		$\therefore$ Required vector $= 9 \frac{(2i-6k)}{\sqrt{40}}$	$\frac{1}{2}$	
		Rmk		
		(b) $\cos\theta = \left\lvert \frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\lvert\overline{AB}\rvert \cdot \lvert\overline{AC}\rvert} \right\rvert$ — give $\frac{1}{2}$ Score		
		(c) $\hat{n} = \frac{\overline{AB}\times\overline{AC}}{\lvert\overline{AB}\times\overline{AC}\rvert}$ — give $\frac{1}{2}$ Score		
15	a)	$\bar{a}\times\bar{b}$ or $\bar{b}\times\bar{c}$ or $\bar{a}\times\bar{c}$ or $\bar{b}\times\bar{a}$ or $\bar{c}\times\bar{b}$ or $\bar{c}\times\bar{a}$	1	
	(b)	$[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}] = 0$;	$\frac{1}{2}$	
		$[\bar{a}+\bar{b}, \bar{b}+\bar{c}, \bar{c}+\bar{a}] = (\bar{a}+\bar{b})\cdot[(\bar{b}+\bar{c})\times(\bar{c}+\bar{a})]$	$\frac{1}{2}$	
		$= (\bar{a}+\bar{b})\cdot[\bar{b}\times\bar{c}+\bar{b}\times\bar{a}+\bar{c}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}]$	$\frac{1}{2}$	
		$= \bar{a}\cdot(\bar{b}\times\bar{c}) + \bar{b}\cdot(\bar{c}\times\bar{a})$	$\frac{1}{2}$	4
		$= 2[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$	$\frac{1}{2}$	
		$= 0$	$\frac{1}{2}$	
		$\therefore \bar{a}+\bar{b}, \bar{b}+\bar{c}, \bar{c}+\bar{a}$ are coplanar		
		Rmk		
		$[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}] = \bar{a}\cdot(\bar{b}\times\bar{c})$ — $\frac{1}{2}$ Score		
16.	(a)	1, 0, 0. OR $\cos 0, \cos 90, \cos 90$	1	
	(b)	$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$	1	
		$1-\sin^2\alpha + 1-\sin^2\beta + 1-\sin^2\gamma = 1$	$\frac{1}{2}$	
		$\therefore \sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$	$\frac{1}{2}$	

(10/16)

	c)	$\alpha = \beta = \gamma$ OR $\cos\alpha = \cos\beta = \cos\gamma$ $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ $\therefore 3\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\therefore \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$ Rmk: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ — (1).	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	4
17		$x + 4y \le 24$, $3x + y \le 21$, $x + y \le 9$, $x, y \ge 0$ Maxi: $Z = 5x + 8y$	1 1	



1½ 4

Vertices	O (0,0)	A (7,0)	B (6,3)	C (4,5)	D (0,6)
Z = 5x+8y	0	35	54	60	48

½

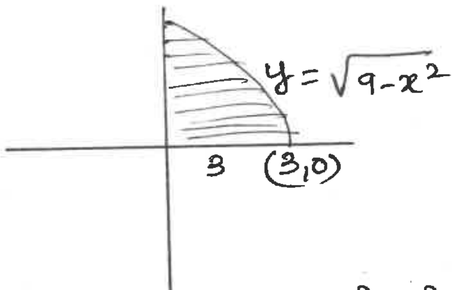
Maximum at (4,5); Z = 60

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
18.		$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$	1	
		$5A = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \quad 7I = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$	1	
		$A^2 - 5A + 7I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	1	
		$A^2 - 5A + 7I = 0$		
		$A^2 = 5A - 7I$		
		$= \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$		
		$A^2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		$A^4 = A^2 \cdot A^2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$		6
		$= \begin{bmatrix} 39 & 55 \\ -55 & -16 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		$A^2 - 5A + 7I = 0$		
		Multiply by A^{-1}		
		$A^{-1}(A^2 - 5A + 7I) = 0$	1	
		$A - 5I + 7A^{-1} = 0$		
		$7A^{-1} = 5I - A$		
		$7A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	
		RMK: Finding $A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{\|A\|}$ give 1 score.		
19	(a)	$A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{\|A\|}$	1	
		$\|A\| = -1$	1	
		$\text{Adj}A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & -9 & 23 \\ 1 & -5 & 13 \end{bmatrix}$	1	
		$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & 9 & -23 \\ -1 & 5 & -13 \end{bmatrix}$		

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(b)	$AX = B$		
		$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}$	1	
		$X = A^{-1}B$		
		$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & 9 & -23 \\ -1 & 5 & -13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}$	1	6
		$= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	1	
		RMK: (a) for 6 correct elements of Adj A give 1		
20	(a)	$\sin^2 x + \cos^2 y = 1$		
		$2\sin x\cos x + 2\cos y(-\sin y)\frac{dy}{dx} = 0$	1	
		$-\sin y\cos y\frac{dy}{dx} = -\sin x\cos x$		
		$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x\cos x}{\sin y\cos y}$	1	
		$= \frac{\sin 2x}{\sin 2y}$		
	(b)	$y = x^x$		
		$\log y = x\log x$	1	6
		$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = x\cdot\frac{1}{x} + \log x\cdot 1$	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{dy}{dx} = y[1+\log x]$	$\frac{1}{2}$	
		$= x^x[1+\log x]$		
	(c)	$x = a(t-\sin t)$ $y = a(1+\cos t)$		

(13/16)

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$\frac{dx}{dt} = a(1-\cos t)$	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{dy}{dt} = -a\sin t$	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$	$\frac{1}{2}$	
		$= \frac{-a\sin t}{a(1-\cos t)}$		
		$= \frac{-\sin t}{1-\cos t}$	$\frac{1}{2}$	
		$= -\cot t/2$		
		RMK :(a) Derivative of $\sin x$ and $\cos x$ (1/2)		
		(b) $\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1+\log x)$ – give score (2)		
21	(a)	$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin(\pi/2-x)}{\sin(\pi/2-x)+\cos(\pi/2-x)}dx$	1	
		$= \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}dx$	1/2	
		$2I = \int_0^{\pi/2} 1\,dx$	1/2	
		$= [x]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$	1/2	
		$\therefore I = \frac{\pi}{4}$	1/2	
	(b)	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x\,dx = 0$	1	
		$\because \sin^7 x$ is an odd function.		
	(c)	$\int x\sin 3x\,dx = x\int \sin 3x\,dx - \int 1\left[\int \sin 3x\,dx\right]dx$	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$= x \cdot \frac{-\cos 3x}{3} - \int -\frac{\cos 3x}{3} dx$		
		$= -\frac{x\cos 3x}{3} + \frac{1}{3}\frac{\sin 3x}{3} + C$	1	6
		$= \frac{-x\cos 3x}{3} + \frac{\sin 3x}{9} + C.$		
		RMK (a) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ — ½ score.		
		(b) $f(-x) = -f(x)$, odd function (½)		
		$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$, $f(x)$ is odd (½)		
		(c) Integration by parts formula (1)		
22	(a)	Area $= \int_a^b y\,dx$	$\frac{1}{2}$	
		$= 4\int_0^{\pi/2} \sin x\,dx$		
		$= A \times 1 = A$	$\frac{1}{2}$	
	(b)	(i) 		
		Equation of curve $x^2+y^2=9$	$\frac{1}{2}$	6
		$y = \sqrt{9-x^2}$	$\frac{1}{2}$	
		Area $= \int_a^b y\,dx$	$\frac{1}{2}$	
		$= \int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$	$\frac{1}{2}$	
		$= \left[\frac{x}{2}\sqrt{9-x^2} + \frac{9}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)\right]_0^3$	1	
		$= \frac{9}{2}\sin^{-1}(1) = \frac{9\pi}{4}$ sq. units	1	

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(ii)	Required Area $= 4 \times \frac{9\pi}{4}$ $= 9\pi$ sq. units	1	
		RMK : (b)(i) Correct figure (1) score. (ii) Direct Answer (1) score.		
23	(a)	$(3x-y+2z-4)+k(x+y+z-2)=0$	1	
		It passes through $(2,2,1)$ $(3\cdot 2-2+2\cdot 1-4)+k(2+2+1-2)=0$ $k=\frac{-2}{3}$	$\frac{1}{2}$	
		$(3x-y+2z-4)-\frac{2}{3}(x+y+z-2)=0$ $7x-5y+4z-8=0$	$\frac{1}{2}$	
	(b)	$\vec{r}=(-\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})+\lambda(7\vec{i}-6\vec{j}+\vec{k})$	1	
		$\vec{r}=(3\vec{i}+5\vec{j}+7\vec{k})+\mu(\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})$	1	6
	(c)	$S.D = \left\lvert \frac{(\vec{a_2}-\vec{a_1})\cdot(\vec{b_1}\times\vec{b_2})}{\lvert\vec{b_1}\times\vec{b_2}\rvert} \right\rvert$	$\frac{1}{2}$	
		$\vec{a_2}-\vec{a_1}=4\vec{i}+6\vec{j}+8\vec{k}$	$\frac{1}{2}$	
		$\vec{b_1}\times\vec{b_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 7 & -6 & 1\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=-4\vec{i}-6\vec{j}-8\vec{k}$	$\frac{1}{2}$	
		$SD=\left\lvert\frac{-116}{\sqrt{116}}\right\rvert=\sqrt{116}$	$\frac{1}{2}$	
		~~RMK~~ :		

(16/16)

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total

24 (a)

E_1 - Event of choosing bag I

E_2 - Event of choosing bag II

A = Event of drawing a red ball.

$P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$

$P(A|E_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(A|E_2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ — 1

$$P(E_1|A) = \frac{P(E_1)\cdot P(A|E_1)}{P(E_1)\cdot P(A|E_1) + P(E_2)P(A|E_2)}$$ — 1

$$= \frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}$$ — Total: 6

$$= \frac{2}{3}$$ — 1

(b) (i)

$\Sigma P_i = 1$ — ½

$K + 3K + 5K + 7K + 4K = 1$

$20K = 1$

$K = \frac{1}{20}$ — ½

(ii)

X	0	1	2	3	4	
$P(X)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{4}{20}$	
$xP(x)$	0	$\frac{3}{20}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{21}{20}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{50}{20}$
$x^2P(x)$	0	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{63}{20}$	$\frac{64}{20}$	$\frac{150}{20}$

Mean $= \Sigma xP(x) = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$ — 1

Variance $= \Sigma x^2P(x) - [\Sigma xP(x)]^2$ — ½

$= \frac{5}{4}$ — ½

	Participants of Scheme Finalisation Camp Mathematics	Signature
1.	Prasanna Kumar. B, Govt. Boys H.S.S. Kayamkulam 9495162933	Prasad
2	Shaji Mathew, M.S.M. H.S.S Kallingaparamba, Malappuram (dist) 9400743554	[illegible]
3	Tony Thomas SBHSS Changanacherry Kottayam. 9447446546.	[illegible]
4	Abdul Gafoor.K N.V. Tr in Maths JDT Islam VHSS JDT Islam VHSS Kozhikode	Gafoor
5.	Fr. Dr. Thomson Grace, MKLMHSS, Kollam.	[illegible]
6.	Vinod M.J, St Mary's H.S.S Edoor	[illegible]
7.	Shareef. Chalil RACHSS, Katameri, Kozhikode	[illegible]
8	KRISHNA KUMAR PK Jayakeralam H.S.S Pallimukku	[illegible]
9	Valsa.P.P, AKMHSS Poochatty Thrissur	Valsa
10	S. Suja Devi, S.S.H.S.S, Cheenikuzhy Idukki.	Suja
11.	Sree Mary K. Leo XIII HSS, Pulluvila, Thiruvananthapuram	[illegible]
12	Geetha M RMVHSS Perinjanam Thrissur	Geetha M
13.	Smitha C.V. SMCHSS Sulthan Bathery.	[illegible]
14	Rajlmafum.K. Chattanchal HSS, Kasargod	[illegible]
15	Ambika.S. Menon G.T.H.V.H.S Thiruvalathur Palakkad	Am
16	FRANCY P JOSEPH, NVT Maths, Kadavathur VHSS, Kadavathur	[illegible]
17	MINI.K.L, NVT mathematics, Elamannoor VHSS, Pathanamthitta	Mini

(PTO)

18	V. P. GEETHA.	HSST MATHS BSS HSS Kollengode, Palakkad	
19	Beena. O.P.	NVTr. in Maths. SKVHSS Kurichithanam; Kottayam.	
20	Bindu. D	NVT in Maths. 81:9g: VHSS, Kanjiramattom	
21.	Jasiya. K.	NVT in Maths. SNVHSS. Sreekandeswaram. Poochakkal.	
22	Rachel Daniel	MT HSS, Pathanamthitta. 9446709 338	

Reg. No. : ....

Name : ....

SY 51

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

MARCH 2019

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. Consider the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = 3 - 4x$

   (i) Prove that f is one-one and onto. **(2)**

   (ii) Find the inverse of F. **(1)**

2. Construct a 3×4 matrix $[a_{ij}]$ such that $a_{ij} = 2i - j$.

3. Using determinant method, find the area of the triangle with vertices (0, 3), (2, 0), (4, 5).

4. Consider the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & , \quad x < 2 \\ 3 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (i) What is the value of f(2) ? **(1)**

   (ii) If f is continuous at $x = 2$, find the value of k. **(2)**

5. (i) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$ _________ **(1)**

   (ii) Evaluate $\int \frac{dx}{x^2 - 6x - 7}$. **(2)**

6. (i) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular vectors, then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is __________. **(1)**

   (ii) Find the angle between the vectors $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. **(2)**

7. Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} + \hat{j})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu (\hat{j} + \hat{k})$

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. $f : R \rightarrow R$ ൽ, $f(x) = 3 - 4x$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

   (i) f വൺ-വണ്ണും, ഓൺടുവും ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

   (ii) f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

2. $a_{ij} = 2i - j$ ആകത്തക്കവിധം ഒരു 3×4 മാട്രിക്സ് $[a_{ij}]$ നിർമ്മിക്കുക.

3. ഡിറ്റർമിനന്റ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് (0, 3), (2, 0), (4, 5) എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാകുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

4. f എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

   $$f(x) = \begin{cases} kx^2 & , \quad x < 2 \\ 3 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (i) f(2) ന്റെ വില എത്രയാണ് ? **(1)**

   (ii) $x = 2$ ൽ f കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെങ്കിൽ, k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

5. (i) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$ __________ **(1)**

   (ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x - 7}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

6. (i) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും പരസ്പരം ലംബമായ വെക്ടറുകളാണെങ്കിൽ, $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ __________. **(1)**

   (ii) $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ തമ്മിലുള്ള കോൺ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} + \hat{j})$,

   $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu (\hat{j} + \hat{k})$ എന്നീ രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores. **$(8 \times 4 = 32)$**

8. Let $*$ be a binary operation on $\mathbb{R}$ defined by $a * b = ab^2$, $a, b \in \mathbb{R}$

   (i) Find $2 * 3$ **(1)**

   (ii) Check whether $*$ is commutative **(1)**

   (iii) Check whether $*$ is associative **(2)**

9. (i) The principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is **(1)**

   (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

   (ii) Show that $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{56}{33}\right)$. **(3)**

10. (i) If any two rows of a determinant are same, then value of the determinant is _________. **(1)**

    (ii) Using properties of determinants prove that, **(3)**

$$\begin{vmatrix} x+k & x & x \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix} = k^2(3x+k).$$

11. Consider the function $f(x) = x^2 - 4x + 3$ on the interval $[1, 3]$:

    (i) Find $f'(x)$. **(1)**

    (ii) Verify Rolle's theorem for $f(x)$ on the interval $[1, 3]$. **(3)**

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.

4 സ്കോർ വീതം. **$(8 \times 4 = 32)$**

8. $a * b = ab^2$, $a, b \in \mathbb{R}$ എന്ന വിധത്തിൽ $\mathbb{R}$-ൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ ആണ് $*$ എന്നിരിക്കട്ടെ

   (i) $2 * 3$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

   (ii) $*$ കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(1)**

   (iii) $*$ അസോസിയേറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

9. (i) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വിലയാണ് **(1)**

   (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

   (ii) $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{56}{33}\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

10. (i) ഒരു ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ രണ്ട് വരികൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ, ആ ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ വിലയാണ് _________. **(1)**

    (ii) ഡിറ്റർമിനന്റുകളുടെ ഗുണധർമ്മങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് **(3)**

$$\begin{vmatrix} x+k & x & x \\ x & x+k & x \\ x & x & x+k \end{vmatrix} = k^2(3x+k)$$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

11. [1, 3] എന്ന ഇന്റർവെല്ലിൽ $f(x) = x^2 - 4x + 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

    (i) $f'(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

    (ii) [1, 3] എന്ന ഇന്റർവെല്ലിൽ $f(x)$ ന് റോൾസ് തിയറം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

12. (i) If f is an odd function then $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx$ is **(1)**

(a) 1 (b) 0 (c) a (d) $2\int_{0}^{a} f(x)\, dx$

(ii) Prove that $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos^n x\, dx}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ **(3)**

13. Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$ using integration.

14. Consider the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$.

(i) Find the order and degree of the given differential equation. **(1)**

(ii) Solve the given differential equation. **(3)**

15. Given $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

Find : (i) $\vec{a} \times \vec{b}$ **(2)**

(ii) unit vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

(iii) area of the parallelogram with adjacent sides $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

16. (i) If P(A) = 0.6, P(B) = 0.5 and $P(A \cup B) = 0.8$ **(3)**

Find $P(A \cap B)$ and P(A/B)

(ii) If E and F are independent events, then $P(E) \cdot P(F)$ is **(1)**

(a) $P(E \cup F)$ (b) P(E/F) (c) P(F/E) (d) $P(E \cap F)$

12. (i) f ഒരു ഓഡ് ഫംഗ്ഷൻ ആയാൽ $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$ ന്റെ വിലയാണ് **(1)**

(a) 1 (b) 0 (c) a (d) $2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$

(ii) $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos^n x\,dx}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

13. ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച്, $x^2 + y^2 = 4$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

14. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

(i) തന്നിട്ടുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡറും, ഡിഗ്രിയും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) തന്നിട്ടുള്ള ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(3)**

15. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ തന്നിരിക്കുന്നു.

(i) $\vec{a} \times \vec{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $\vec{a}, \vec{b}$ എന്നിവയ്ക്ക് ലംബമാകുന്ന യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(iii) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും സമീപ വശങ്ങളാകുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

16. (i) P(A) = 0.6, P(B) = 0.5, P(A ∪ B) = 0.8 ആണെങ്കിൽ P(A ∩ B) യും P(A/B) യും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) E, F ഇവർ ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റ്സ് ആണെങ്കിൽ P(E) · P(F) ആണ്. **(1)**

(a) P(E ∪ F) (b) P(E/F) (c) P(F/E) (d) P(E ∩ F)

17. A dietician wishes to mix two types of food M and N in such a way that the vitamin contents of the mixture contain at least 9 units of vitamin A and 11 units of vitamin B. Food M costs ₹ 50/kg and food N costs ₹ 70/kg. Food M contains 3 units/kg of vitamin A and 5 units/kg of vitamin B.

Food N contains 4 units/kg of vitamin A and 2 units/kg of vitamin B.

Formulate the problem as a linear programming problem to determine the minimum cost.

[No graph or solution required]

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. **(5 × 6 = 30)**

18. Consider $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(i) Find A^T **(1)**

(ii) Express A as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix. **(3)**

(iii) Find $A \cdot A^T$ **(2)**

19. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

(i) Find $|A|$ **(1)**

(ii) Find Adj A **(3)**

(iii) Hence solve the equations $3x - 2y + 3z = 2$, $2x + y - z = 3$, $4x - 3y + 2z = 0$. **(2)**

20. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following :

(i) $x^y = y^x$ **(3)**

(ii) $x = 2at^2$, $y = at^4$ **(3)**

17. ഒരു ഡയറ്റീഷ്യൻ രണ്ടുതരം ഭക്ഷണങ്ങളായ M, N എന്നിവ കൂട്ടി കലർത്തി കുറഞ്ഞത് 9 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A-യും, 11 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും കിട്ടുന്ന തരത്തിൽ ഒരു മിശ്രിതം ഉണ്ടാക്കുവാൻ താത്പര്യപ്പെടുന്നു. M എന്ന ഭക്ഷണത്തിന് കിലോയ്ക്ക് 50 രൂപയും, N എന്ന ഭക്ഷണത്തിന് കിലോയ്ക്ക് 70 രൂപയും ആണ് വില. ഒരു കിലോ M ഭക്ഷണത്തിൽ 3 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A-യും, 5 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും ഉണ്ടെങ്കിൽ, ഒരു കിലോ N ഭക്ഷണത്തിൽ 4 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ A യും, 2 യൂണിറ്റ് വിറ്റമിൻ B-യും ആണുള്ളത്. മിശ്രിതം ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ചെലവ് കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഒരു ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നമായി ഇതിനെ രൂപീകരിക്കുക.
[ഗ്രാഫും, പരിഹാരവും ആവശ്യമില്ല]

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(5 × 6 = 30)**

18. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ പരിഗണിക്കുക.

(i) A^T കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) A എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും, ഒരു സ്ക്യൂ സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(3)**

(iii) $A \cdot A^T$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

19. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ ആണെങ്കിൽ

(i) $|A|$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) Adj A കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(iii) ഇത് ഉപയോഗിച്ച് $3x - 2y + 3z = 2$, $2x + y - z = 3$, $4x - 3y + 2z = 0$ എന്ന സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

20. $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക :

(i) $x^y = y^x$ **(3)**

(ii) $x = 2at^2$, $y = at^4$ **(3)**

21. (i) Find the equation of the tangent line to the curve $y^2 = x$ at the point (1, 1). **(3)**

(ii) Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is increasing or decreasing. **(3)**

22. (i) If $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ are coplanar, then find the value of λ. **(3)**

(ii) Prove that $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\right] = 2\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$. **(3)**

23. Consider the linear programming problem :

Maximise : $Z = 10x + 4y$

Subject to : $2x + y \geq 6$

$3x + 4y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$

(i) Draw the feasible region. **(4)**

(ii) Hence solve the given linear programming problem. **(2)**

24. A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4
P(X)	k	2k	2k	2k	k

(i) Find the value of k. **(2)**

(ii) Using the value of k, find mean and variance of the random variable X. **(4)**

21. (i) $y^2 = x$ എന്ന കർവിന്റെ (1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ, ഇൻക്രീസിംഗോ, ഡിക്രീസിംഗോ ആകുന്ന ഇന്റർവെല്ലുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

22. (i) $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ എന്നിവ കോപ്ലേനാർ ആയാൽ, λ യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\right] = 2\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

23. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നം പരിഗണിക്കുക :

$2x + y \geq 6$

$3x + 4y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$ എന്നിവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

$Z = 10x + 4y$ മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുക.

(i) ഫീസിബിൾ റീജിയൻ വരയ്ക്കുക. **(4)**

(ii) ഇതു ഉപയോഗിച്ച് തന്നിട്ടുള്ള ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രശ്നത്തിന് പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

24. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4
P(X)	k	2k	2k	2k	k

(i) k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) k-യുടെ വില ഉപയോഗിച്ച്, X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ ശരാശരിയും, വേരിയൻസും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

Questions 1 to 7 carry 3 scores each. Answer any six questions. **(6 × 3 = 18)**

1. (a) If $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$; $x \in \mathbb{R}$; then find $(fog)(x)$ **(1)**

   (b) Let u and v be two functions defined on $\mathbb{R}$ as $u(x) = 2x - 3$ and $v(x) = \frac{3+x}{2}$. Prove that u and v are inverse to each other. **(2)**

2. (a) For the symmetric matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & y & 9 \end{bmatrix}$. Find the values of x and y. **(1)**

   (b) From Part(a), verify AA' and $A + A'$ are symmetric matrices. **(2)**

3. (a) Find the slope of tangent line to the curve $y = x^2 - 2x + 1$. **(1)**

   (b) Find the equation of tangent to the above curve which is parallel to the line $2x - y + 9 = 0$. **(2)**

4. (a) If $\int f(x)\,dx = \log|\tan x| + C$. Find $f(x)$. **(1)**

   (b) Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$. **(2)**

5. (a) Area bounded by the curve $y = f(x)$ and the lines $x = a$, $x = b$ and the x axis = ______ **(1)**

   (i) $\int_a^b x\,dy$ (ii) $\int_a^b x^2\,dy$

   (iii) $\int_a^b y\,dx$ (iv) $\int_a^b y^2\,dx$

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വിതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. (a) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$; $x \in \mathbb{R}$ ആയാൽ $(fog)(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

   (b) u, v എന്നീ രണ്ട് ഏകദങ്ങൾ $u(x) = 2x - 3$, $v(x) = \frac{3+x}{2}$; $\mathbb{R}$ എന്ന് നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. u, v ഇവ പരസ്പരം ഇൻവേഴ്സുകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

2. (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & y & 9 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സ് ഒരു സിമെട്രിക് മാട്രിക്സ് ആയാൽ x, y എന്നിവയുടെ വിലകൾ കാണുന്നു. **(1)**

   (b) പാർട്ട് (a) യിലെ മാട്രിക്സിൽ നിന്നും AA', $A + A'$ എന്നിവ സിമെട്രിക് മാട്രിക്സ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

3. (a) $y = x^2 - 2x + 1$ എന്ന കർവിന്റെ തൊടുവരയുടെ സ്ലോപ്പ് കാണുക. **(1)**

   (b) മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന കർവിന്റെ തൊടുവര $2x - y + 9 = 0$ എന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായാൽ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

4. (a) $\int f(x)\,dx = \log|\tan x| + C$ ആയാൽ $f(x)$ വിലയെന്ത് ? **(1)**

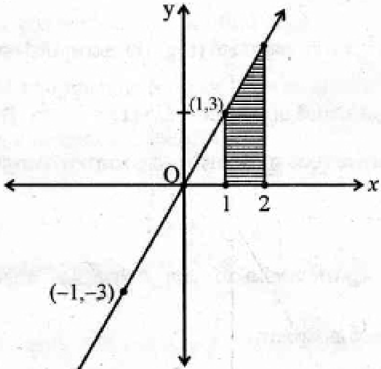
   (b) $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$ എന്ന ഇന്റഗ്രലിന്റെ വില കാണുക. **(2)**

5. (a) $y = f(x)$ എന്ന കർവിനും, $x = a$, $x = b$, x-ആക്സിസ് ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ________ **(1)**

   (i) $\int_a^b x\,dy$ (ii) $\int_a^b x^2\,dy$

   (iii) $\int_a^b y\,dx$ (iv) $\int_a^b y^2\,dx$

(b) Find area of the shaded region using integration. (2)



6. (a) The order of the differential equation formed by y = A sin x + B cos x + c, where A and B are arbitrary constants is (1)

   (i) 1 (ii) 2

   (iii) 0 (iv) 3

   (b) Solve the differential equation $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$ (2)

7. A factory produces three items P, Q and R at two plants A and B. The number of items produced and operating costs per hour is as follows :

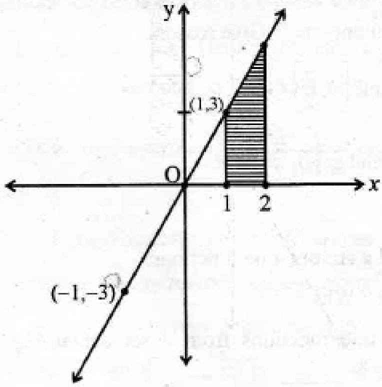
Plant	Item produced per hour			Operating cost
	P	Q	R	
A	20	15	25	₹ 1000
B	30	12	23	₹ 800

It is desired to produce atleast 500 items of type P, atleast 400 items of type Q and atleast 300 items of type R per day.

(a) Is it a maximization case or a minimization case. Why ? (1)

(b) Write the objective function and constraints. (2)

(b) ചിത്രത്തിൽ ഷേഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)



6. (a) y = A sin x + B cos x + c, A, B എന്നിവ ആർബിട്രറി സ്ഥിര സംഖ്യകളുമായാൽ സമവാക്യം ഉണ്ടാക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്യുവേഷൻ ഓർഡർ എത്ര ? (1)

(i) 1 (ii) 2

(iii) 0 (iv) 3

(b) $\sec^2 x \tan y\, dx + \sec^2 y \tan x\, dy = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്യുവേഷൻ സോൾവ് ചെയ്യുക. (2)

7. ഒരു ഫാക്ടറി A, B എന്നീ രണ്ട് പ്ലാന്റുകളിൽ P, Q, R എന്നീ ഉല്പന്നങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നു. ഉല്പന്നങ്ങളുടെ എണ്ണവും ഉല്പാദന ചിലവും (ഒരു മണിക്കൂറിൽ) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു :

പ്ലാന്റ്	മണിക്കൂറിൽ ഉല്പാദിപ്പിക്കുന്ന എണ്ണം			ഉല്പാദന ചെലവ്
	P	Q	R	
A	20	15	25	₹ 1000
B	30	12	23	₹ 800

മണിക്കൂറിൽ കുറഞ്ഞത് 500 P-എന്ന ഉല്പന്നവും 400 Q-എന്ന ഉല്പന്നവും 300 R-എന്ന ഉല്പന്നവും ഉല്പാദിപ്പിക്കാനാണ് ഫാക്ടറിയുടെ തീരുമാനം.

(a) ഇത് ഒരു മാക്സിമൈസേഷൻ ചോദ്യമാണോ മിനിമൈസേഷൻ ചോദ്യമാണോ ? എന്തുകൊണ്ട്? (1)

(b) ഈ ചോദ്യത്തിന്റെ ഒബ്ജക്റ്റീവ് ഫംഗ്ഷൻ, കൺസ്ട്രയ്ന്റ്സ് എന്നിവ എഴുതുക. (2)

Questions 8 to 17 carry 4 scores each. Answer any eight. **($8 \times 4 = 32$)**

8. (a) The function P is defined as "To each person on the earth is assigned a date of birth". Is this function one-one ? Give reason. **(1)**

(b) Consider the function f: $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$

given by $f(x) = \sin x$ and g: $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$

given by $g(x) = \cos x$.

(i) Show that f and g are one-one functions.

(ii) Is f + g one-one ? Why ? **(2)**

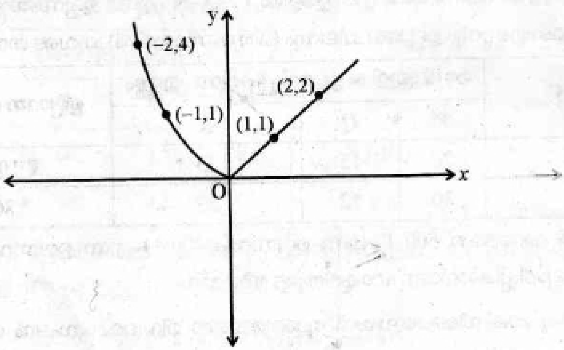
(c) The number of one-one functions from a set containing 2 elements to a set containing 3 elements is ______ **(1)**

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 8

9. If $A = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$, $B = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$, $C = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ satisfies the condition $3A - 4B + 2C = \frac{\pi}{3}$. Find the value of x. **(4)**

10. (a) Write the function whose graph is shown below. **(1)**



(b) Discuss the continuity of the function obtained in part (a). **(2)**

(c) Discuss the differentiability of the function obtained in part (a). **(1)**

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. **(8 × 4 = 32)**

8. (a) P എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു.

"ഭൂമിയിലെ ഓരോ മനുഷ്യർക്കും ഒരു ജനനത്തീയതി നല്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു." ഈ ഫംഗ്ഷൻ ഒരു വൺ-വൺ ഫംഗ്ഷനാണോ ? കാരണം എഴുതുക. **(1)**

(b) $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ ൽ $f(x) = \sin x$ എന്നും $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ ൽ $g(x) = \cos x$ എന്നും നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

(i) f, g ഇവ വൺ-വൺ ഫംഗ്ഷനാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(ii) f + g ഒരു വൺ-വൺ ഫംഗ്ഷനാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ? **(2)**

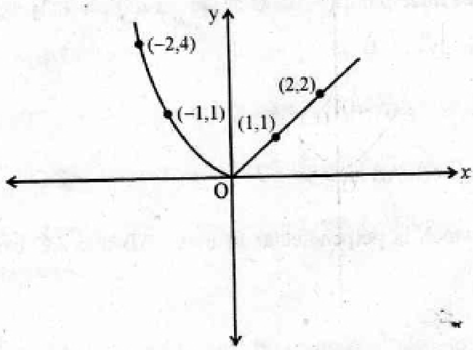
(c) 2 അംഗങ്ങളുള്ള ഒരു ഗണത്തിൽ നിന്നും 3 അംഗങ്ങളുള്ള ഒരു ഗണത്തിലേക്കുള്ള വൺ-വൺ ഫംഗ്ഷനുകളുടെ എണ്ണം ______ **(1)**

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 8

9. $A = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$, $B = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$, $C = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ എന്നിവ $3A - 4B + 2C = \frac{\pi}{3}$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ സാറ്റിസ്ഫൈ ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഈ സാഹചര്യത്തിലുള്ള x-ന്റെ വില കാണുക. **(4)**

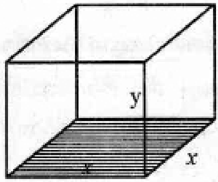
10. (a) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫ് സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഫംഗ്ഷൻ എഴുതുക. **(1)**



(b) പാർട്ട് (a) യിലെ ഫംഗ്ഷന്റെ കണ്ടിന്യുവിറ്റി പരിശോധിക്കുക. **(2)**

(c) പാർട്ട് (a) യിലെ ഫംഗ്ഷന്റെ ഡിഫറൻഷ്യബിലിറ്റി പരിശോധിക്കുക. **(1)**

11. A cuboid with a square base and given volume 'V' is shown in the figure.



(a) Express the surface area 's' as a function of x. **(1)**

(b) Show that the surface area is minimum when it is a cube. **(3)**

12. (a) If $2x + 4 = A(2x + 3) + B$, find A and B. **(1)**

(b) Using part (a) evaluate $\int \frac{2x+4}{x^2+3x+1}\,dx$. **(3)**

13. Consider the differential equation $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$. Find

(a) its degree **(1)**

(b) the integrating factor **(1)**

(c) the general solution. **(2)**

14. The position vectors of three points A, B, C are given to be $\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + 4\hat{k}$ and $-2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ respectively.

(a) Find $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$. **(1)**

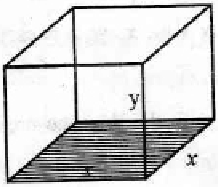
(b) Find the angle between $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$. **(1)**

(c) Find a vector which is perpendicular to both $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ having magnitude 9 units. **(2)**

15. (a) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar vectors, write the vector perpendicular to $\vec{a}$. **(1)**

(b) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar, prove that $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{c} + \vec{a}$ are coplanar. **(3)**

11. ചിത്രത്തിൽ സമചതുരാകൃതിയിൽ ബേസുള്ള ഒരു ചതുരപ്പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം 'V' ആണ്.



(a) ഈ പെട്ടിയുടെ ഉപരിതലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 's' നെ x-ന്റെ പദങ്ങളിൽ സൂചിപ്പിക്കുക. **(1)**

(b) ഈ ചതുരപ്പെട്ടി ഒരു ക്യൂബ് ആകുമ്പോഴാണ് ഉപരിതലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഏറ്റവും കുറവ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

12. (a) $2x + 4 = A(2x + 3) + B$ ആയാൽ A, B ഇവ കാണുക. **(1)**

(b) പാർട്ട് (a) യിലെ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് $\int \frac{2x+4}{x^2+3x+1} dx$ കാണുക. **(3)**

13. $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ എന്നത് ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം ആണ്.

(a) പ്രസ്തുത സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി എത്ര ? **(1)**

(b) ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കാണുക. **(1)**

(c) തന്നിരിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ജനറൽ സൊലൂഷൻ കണ്ടെത്തുക. **(2)**

14. A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ പൊസിഷൻ വെക്ടറുകൾ യഥാക്രമം $\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + 4\hat{k}$, $-2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്നിവയാണ്.

(a) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണിന്റെ അളവ് കണക്കാക്കുക. **(1)**

(b) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണിന്റെ അളവ് കണക്കാക്കുക. **(1)**

(c) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ എന്നിവയ്ക്ക് ലംബമായതും മാഗ്നിറ്റ്യൂഡ് 9 യൂണിറ്റ് ഉള്ളതുമായ വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

15. (a) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ഇവ കോപ്ലേനാർ വെക്ടറുകളായാൽ $\vec{a}$ ക്ക് ലംബമായ വെക്ടർ എഴുതുക. **(1)**

(b) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ഇവ കോപ്ലേനാർ വെക്ടറുകളാണെങ്കിൽ, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{c} + \vec{a}$ ഇവ കോപ്ലേനാറുകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

16. (a) Write all the direction cosines of x-axis. (1)

(b) If a line makes angles α, β, γ with x, y, z axes respectively, then prove that $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$. (2)

(c) If a line makes equal angles with the three co-ordinate axes, find the direction cosines of the lines. (1)

17. The activities of a factory are given in the following table :

Items	Departments			Profit per unit
	Cutting	Mixing	Packing	
A	1	3	1	₹ 5
B	4	1	1	₹ 8
Maximum time available	24	21	9	

Solve the linear programming problem graphically and find the maximum profit subject to the above constraints. (4)

Questions from 18 to 24 carry 6 scores each. Answer any five. **(5 × 6 = 30)**

18. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. Show that $A^2 - 5A + 7I = 0$. Hence find A^4 and A^{-1}. (6)

19. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, then

(a) Find A^{-1}. (3)

(b) Use A^{-1} from part (a) solve the system of equations (3)

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

16. (a) x-axis ന്റെ എല്ലാ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈനുകളും എഴുതുക. **(1)**

(b) ഒരു ലൈൻ മൂന്ന് ആക്സിസുകളുമായി α, β, γ എന്നീ കോണുകളുണ്ടാക്കുന്നു-വെങ്കിൽ $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

(c) ഒരു ലൈൻ മൂന്ന് ആക്സിസുകളുമായി തുല്യ കോണുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നുവെങ്കിൽ ആ ലൈനിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് കാണുക. **(1)**

17. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചുവടെ ടേബിളിൽ ചേർത്തിരിക്കുന്നു :

ഇനങ്ങൾ	വിഭാഗങ്ങൾ			ലാഭം/ഉല്പന്നം
	കട്ടിംഗ്	മിക്സിംഗ്	പാക്കിംഗ്	
A	1	3	1	₹ 5
B	4	1	1	₹ 8
പരമാവധി ലഭ്യമായ സമയം	24	21	9	

തന്നിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. തന്നിരിക്കുന്ന കൺസ്ട്രെയിന്റിനു വിധേയമായിട്ടുള്ള പരമാവധി ലാഭം കണക്കാക്കുക. **(4)**

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വിതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. **(5 × 6 = 30)**

18. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A^2 - 5A + 7I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. ഇതിൽ നിന്നും A^4, A^{-1} ഇവ കാണുക. **(6)**

19. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ

(a) A^{-1} കാണുക. **(3)**

(b) പാർട്ട് (a) യിൽ ലഭിച്ച A^{-1} ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ സോൾവ് ചെയ്യുക **(3)**

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

20. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following :

(a) $\sin^2x + \cos^2y = 1$. **(2)**

(b) $y = x^x$ **(2)**

(c) $x = a(t - \sin t)$ $y = a(1 + \cos t)$ **(2)**

21. Evaluate the following integrals :

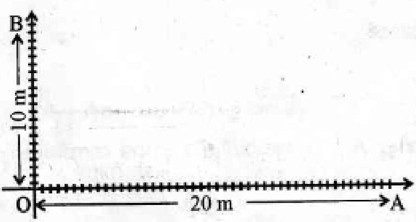
(a) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ **(3)**

(b) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx$ **(1)**

(c) $\int x \sin 3x \, dx$ **(2)**

22. (a) Find the area bounded by the curve $y = \sin x$ and the lines $x = 0$, $x = 2\pi$, and x axis. **(1)**

(b) Two fences are made in a grass field as shown in the figure. A cow is tied at the point O with a rope of length 3 m.



(i) Using integration, find the maximum area of grass that cow can graze within the fences. Choose O as origin. **(4)**

(ii) If there is no fences find the maximum area of grass that cow can graze ? **(1)**

20. ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്നവയിൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക :

(a) $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ **(2)**

(b) $y = x^x$ **(2)**

(c) $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 + \cos t)$ **(2)**

21. ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രൽസിന്റെ വില കാണുക :

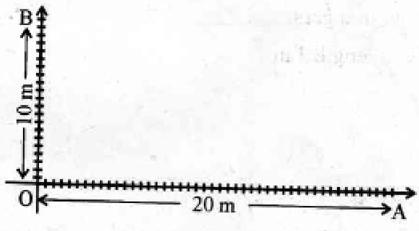
(a) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\, dx$ **(3)**

(b) $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x\, dx$ **(1)**

(c) $\displaystyle\int x \sin 3x\, dx$ **(2)**

22. (a) $y = \sin x$ എന്ന കർവിനും, $x = 0, x = 2\pi$ എന്നി വരകൾക്കുമിടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. **(1)**

(b) നിറയെ പുല്ലുള്ള ഒരു വയലിൽ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ രണ്ട് വേലികൾ കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. 'O'എന്ന ബിന്ദുവിൽ 3 m നീളമുള്ള ഒരു കയർ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു പശുവിനെ കെട്ടിയിരിക്കുന്നു.



(i) ഈ പശുവിന് രണ്ട് വേലികൾക്കുള്ളിൽ നിന്നുകൊണ്ട് പരമാവധി എത്ര പരപ്പളവിൽ പുല്ല് തിന്നാം എന്ന് ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. 'O' ഒറിജിനായി എടുക്കുക. **(4)**

(ii) ഈ വേലികൾ ഇല്ലെങ്കിൽ പശുവിന് എത്രമാത്രം പരപ്പളവിൽ പുല്ല് തിന്നാം എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക ? **(1)**

23. (a) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point (2, 2, 1). **(2)**

(b) The Cartesian equation of two lines are given by $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. Write the vector equation of these two lines. **(2)**

(c) Find the shortest distance between the lines mentioned in part (b). **(2)**

24. (a) A bag contains 4 red and 4 black balls. Another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag and which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag. **(3)**

(b) A random variable X has the following distribution function :

X	0	1	2	3	4
$P(x)$	k	3k	5k	7k	4k

(i) Find k. **(1)**

(ii) Find the mean and the variance of the random variable x. **(2)**

23. (a) $3x - y + 2z - 4 = 0, x + y + z - 2 = 0$ എന്നീ തലങ്ങളുടെ സംഗമത്തിൽ കൂടിയും (2, 2, 1) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടിയും കടന്നുപോകുന്ന തലത്തിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(b) രണ്ടു വരകളുടെ കാർട്ടീഷൻ സമവാക്യം ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു : **(2)**

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}, \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

ഇവയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം എഴുതുക.

(c) Part (b)-യിലെ രണ്ടു വരകളും തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

24. (a) ഒരു ബാഗിൽ 4 ചുവപ്പും 4 കറുപ്പും പന്തുകൾ ഉണ്ട്. മറ്റൊരു ബാഗിൽ 2 ചുവപ്പും 6 കറുപ്പും പന്തുകൾ ഉണ്ട്. രണ്ടു ബാഗുകളിൽ നിന്നും ഒരു ബാഗ് റാൻഡം ആയി തെരഞ്ഞെടുത്തതിനുശേഷം ആ ബാഗിൽ നിന്നും ഒരു പന്ത് എടുക്കുന്നു. ഈ പന്ത് ഒരു ചുവപ്പു പന്താണെങ്കിൽ ആ പന്ത് ഒന്നാമത്തെ ബാഗിൽ നിന്നുമാകാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണക്കാക്കുക. **(3)**

(b) X എന്ന ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4
$P(x)$	k	3k	5k	7k	4k

(i) k കാണുക. **(1)**

(ii) x എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ മീൻ, വേരിയൻസ് ഇവ കാണുക. **(2)**