SAMPLE QUESTION PAPER
MATHEMATICS
Class- XII

Time : 3 Hurs./ 5 Minutes **Full Marks : 100**

ক-বিভাগ

1 থেকে 18 পর্যন্ত প্রতিটি প্রশ্নের মান 1

1. $f : R \rightarrow R$ চিত্রন, $f(x) = \frac{2x + 7}{4}$ দ্বারা সংজ্ঞাত এবং f বিপরীতকরণযোগ্য চিত্রণ হলে f^{-1} নির্ণয় করো।
2. $\tan^{-1}\sqrt{3} - \text{Sec}^{-1}(-2)$ এর মুখ্যমান নির্ণয় করো।
3. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $A^2 = k\,A$ হয় তবে k এর মান কত?
4. $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 2 & 2a \end{vmatrix} = 0$ সমীকরণ থেকে 'a' এর মান নির্ণয় করো।
5. $f(x) = 2x^2 + 1$ অপেক্ষকটি $x = 3$ বিন্দুতে সন্তত কিনা পরীক্ষা করো।
6. f অপেক্ষকটি $f(x) = |x|$ দ্বারা সংজ্ঞাত। দেখাও যে $x = 0$ বিন্দুতে f অবকলন যোগ্য নয়।
7. $x = 1$ বিন্দুতে $y = 3x^4 + 4x$ বক্রটির স্পর্শকের প্রবণতা নির্ণয় করো।
8. মান নির্ণয় করো ঃ

$$\int \frac{dx}{x\,(x + 1)}$$

9. মান নির্ণয় করো ঃ

$$\int_{-\overline{\wedge}}^{\overline{\wedge}} \text{Sin}\theta \, d\theta$$

10. মূল বিন্দুগামী নয় এমন সরল রেখার অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।
11. $\vec{a} = 2\,\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এর অভিমুখে একক ভেক্টরটি নির্ণয় করো।
12. λ এর মান কত হলে $\hat{i} + 2\,\lambda\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব হবে?
13. $\frac{x + 1}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1 - Z}{3}$ সরল রেখাটির কোসাইন দিগঙ্ক (direction cosine) নির্ণয় করো।
14. মূল বিন্দু থেকে $3x - 4y + 12z = 3$ সমতলটির দূরত্ব নির্ণয় করো।
15. খসড়া চিত্র অঙ্কন করে
$x \geq o,\ y \geq o,\ x+y \geq 2$ দ্বারা নির্ণিত অঞ্চলটি সসীম না অসীম নির্ণয় করো।
16. রৈখিক কার্যকর সমস্যা সম্পর্কিত অভীষ্ট চরম কার্যকর সমাধান (Optimal feasible solution) বলতে কি বোঝ?
17. যদি $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে A এবং B ঘটনা দুটি পরস্পর স্বাধীন কিনা পরীক্ষা করো।
18. $B(10, \frac{2}{5})$ দ্বিপদ নিবেশন (Binomial distribution) এর ভেদমান বের করো।

খ-বিভাগ

19 থেকে 28 পর্যন্ত প্রতিটি প্রশ্নের মান 4

19. $f : W \rightarrow W$ অপেক্ষকটি নিম্নলিখিত ভাবে সঙ্গাত

$$f(n) = \begin{cases} n + 1, & \text{যখন } n \text{ যুগ্ম} \\ n - 1, & \text{যখন } n \text{ অযুগ্ম} \end{cases}$$

দেখাও f একটি সমরূপ (bijective) অপেক্ষক। (W পূর্ণ সংখ্যার সেট)

20. সমাধান করো ঃ

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1}(1 - x) = \cos^{-1} x$$

21. নির্ণায়কের ধর্ম প্রয়োগ করে দেখাও যে,

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta+\gamma & \gamma+\alpha & \alpha+\beta \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha + \beta + \gamma)$$

22. $f : R \rightarrow R$ অপেক্ষকটি নিম্নলিখিত ভাবে সঙ্গাত

$f(x) = 3x - 2$ যখন $0 < x \leq 1$

$= 2x^2 - 2$ যখন $1 < x \leq 2$

$= 5x - 4$ যখন $x > 2$

x = 2 বিন্দুতে f এর সান্তত্য এবং অবকলনযোগ্যতা পরীক্ষা করো।

অথবা

যদি $x = a\cos^3\theta$ এবং $y = a\sin^3\theta$ হয় তবে $\theta = \pi/4$ বিন্দুতে $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান নির্ণয় করো।

23. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ উপবৃত্তের কেন্দ্র থেকে তার যে কোন স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

24. মান নির্ণয় করো ঃ

$$\int \frac{2x + 5}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}\, dx$$

25. মান নির্ণয় করো ঃ

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1}(\cos x)\, dx$$

26. যদি, $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ হয়, তবে $\vec{c}$ ভেক্টরটি নির্ণয় করো যেখানে $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ এবং $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

27. (1, -1, 2) বিন্দুগামী এবং $2x + 3y - 2z = 5$, $x + 2y - 3z = 8$ সমতল দ্বয়ের সহিত লম্বভাবে অবস্থিত সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

28. একটি পাত্রে 5টি সাদা এবং 4টি নীল বল আছে। অপর একটি পাত্রে 4টি সাদা এবং 5টি নীল বল আছে। প্রথম পাত্র থেকে একটি বল দ্বিতীয় পাত্রে রাখা হল। এখন দ্বিতীয় পাত্র থেকে একটি বল নেওয়া হলে বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

অথবা

একটি ঝোঁক পূর্ণ ছক্কা এরূপ যে, অযুগ্ম সংখ্যা যতবার পড়ে, যুগ্ম সংখ্যা তার দ্বিগুণবার পড়ে। ছক্কাটি দুবার গড়িয়ে দেওয়া হল। দুবারে প্রাপ্ত সংখ্যা দুটির সমষ্টি যুগ্ম হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

গ - বিভাগ

29 থেকে 35 পর্যন্ত প্রতিটি প্রশ্নের মান 6

29. ম্যাট্রিক্স বিপরীতকরণ পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণ সমূহের সমাধান নির্ণয় করো।

$$2x + 3y + 3z = 5$$
$$x - 2y + z = -4$$
$$3x - y - 2z = 3$$

অথবা

একটি আবাসন পর্ষদের পরিচালন সমিতি তার সদস্যদের নিম্নলিখিত ভাবে পুরস্কৃত করার সিদ্ধান্ত নিল যেমন, সাহসিকতার জন্য (ধরা যাক x জনকে), অপরকে সহায়তা করার জন্য (ধরা যাক y জনকে) এবং শ্রমিকদের পরিস্কার পরিচ্ছন্নতার কাজ তদারকির জন্য (ধরা যাক z জনকে)। সকল পুরস্কার প্রাপকের মোট সংখ্যা 12। সহায়তা ও তদারকির পুরস্কার প্রাপকের সমষ্টির তিনগুনের সহিত সহিত সাহসিকতার পুরস্কার প্রাপকের সংখ্যার সংখ্যার দ্বিগুনের সমষ্টি 33। যদি সাহসিকতা এবং তদারকির ক্ষেত্রে পুরস্কার প্রাপকের সংখ্যার সমষ্টি অন্যদের সহায়তা করার ক্ষেত্রে পুরস্কার প্রাপকের সংখ্যার দ্বিগুণ হয়, তবে ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির প্রয়োগে সকল বিভাগে পুরস্কার প্রাপকের সংখ্যা নির্ণয় করো। এছাড়া উপরোক্ত বিভাগগুলো যেমন সাহসিকতা, যেমন সাহসিকতা, সহায়তা এবং তদারকি ছাড়াও পরিচালন কমিটি অন্য কোনও বিষয়ে পুরস্কার প্রদান করতে পারে কিনা এ বিষয়ে তোমার অভিমত ব্যক্ত করো।

30. $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$ দ্বারা সঙ্গাত কোন অপেক্ষকের $[0, 1]$ অন্তরালে ল্যাগ্রাঞ্জের মধ্যমান উপপাদ্যটি প্রযোজ্য কিনা যাচাই করো।

অথবা

দেখাও যে, প্রদত্ত সমগ্রতল বিশিষ্ট সর্ববৃহৎ আয়তনের লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর অর্ধশীর্ষকোণ $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

31. সমাকলনের সাহায্যে

$\{(x, y) : x^2+y^2 \leq 16, x^2 \leq 6y\}$ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

32. $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2, (x \neq 0)$ অবকল সমীরকরণটির বিশেষ সমাধান নির্ণয় করো। যেখানে $x=2$ হলে $y=1$

33. $x+2y+3z = 4$ এবং $2x + y - z = -5$ তলদ্বয়ের ছেদরেখাগামী এবং $\vec{r}(4\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + 8 = 0$ সমতলের উপর লম্ব তলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

অথবা

$\vec{r} = (1+2\lambda)\hat{i} + (1-\lambda)\hat{j} + \lambda\hat{k}$ এবং $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ সরল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম দূরত্ব (Shortest distance) এবং ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয়কারী সরল রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

34. একজন ব্যবসায়ী কিছু সংখ্যক সেলাই মেশিন কেনার ইচ্ছা প্রকাশ করেন। তিনি এজন্য মাত্র 5760 টাকা বিনিয়োগ করবেন এবং তাঁর সর্বাধিক 20টি জিনিস রাখার স্থান সংকুলান হয়। একটি বিদ্যুৎ চালিত সেলাই মেশিন এবং একটি হস্তচালিত সেলাই মেশিন কিনতে তাঁর যথাক্রমে 360 টাকা এবং 240 টাকা খরচ হয়। তাঁর প্রত্যাশা প্রতিটি বিদ্যুৎচালিত সেলাই মেশিন ও প্রতিটি হস্তচালিত সেলাই মেশিন বিক্রি করে যথাক্রমে 22 টাকা এবং 18 টাকা লাভ পাবেন। ধরে নেওয়া হল তিন সকল জিনিসই বিক্রি করতে পারবেন, তাহলে কিরূপে তিনি অর্থ বিনিয়োগ করলে সর্বাধিক লাভ করতে পারবেন তা রৈখিক প্রোগ্রামিং পদ্ধতির সাহায্যে প্রকাশ করো এবং লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো।

35. তিনটি মুদ্রা আছে যার একটির উভয়দিক হেড (Head) যুক্ত, অপরটি পক্ষপাতদৃষ্ট (biased) যেটি 75% Head পড়ে এবং তৃতীয়টি পক্ষপাতশূন্য মুদ্রা। যে কোনো একটি মুদ্রা যথেচ্ছভাবে নির্বাচন করা হল এবং টস করে দেখা গেল যে Head পড়েছে, তাহলে মুদ্রাটি উভয়দিক Head যুক্ত হওয়ার সম্ভাবনা কত?

N: B - (1) All questions are compulsory.

(2) There is no overall choice in the paper. However internal choice is provided in 2 questions of 6 marks each.

(3) In SA and LA type of questions total marks may be subdivided into different parts, if necessary.

(4) Use of Calculator is not permitted.

https://www.freshersnow.com/category/govt-boards/board-model-papers/

MODEL QUESTIONS
Class - XII
Sub : Mathematics

Time allowed - 3 Hurs./ 15 Minutes **Full Marks : 100**

Section - A
Questions number 1 to 18 carry 1 mark each.

1. If $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = \frac{2x + 7}{4}$ is an invertible function, then find f^{-1}

2. Find the principal value of $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$

3. If matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ and $A^2 = kA$, then write the value of k.

4. Find 'a' from the equation $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 2 & 2a \end{vmatrix} = 0$

5. Examine the continuity of the function $f(x) = 2x^2 + 1$ at $x = 3$

6. Show that the function f defined by $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x=0$

7. Find the slope of the tangent to the curve $y = 3x^4 + 4x$ at $x=1$

8. Evaluate :
$$\int \frac{dx}{x(x+1)}$$

9. Evaluate :
$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin\theta \, d\theta$$

10. Find the differential equation of a straight line not passing through the origin.

11. Find the unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$

12. For what value of λ the vectors $\hat{i} + 2\lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ are perpendicular?

13. Find the direction cosines of the straight line $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$

14. Find the distance of the plane $3x - 4y + 12z = 3$ from the origin.

15. Examine (by drawing rough sketch) if the region determined by
$x \geq o, y \geq o, x+y \geq 2$
is finite or infinite

16. Define optimal feasible solution in connection with objective function of an L.P. Problem.

17. If $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ determine if the events A and B are independent.

18. Write the variance of a $B(10, \frac{2}{5})$ variate.

Section - B
Questions number 19 to 28 carry 4 marks each.

19. Show that the function $f : W \rightarrow W$ defined by
$$f(n) = \begin{cases} n+1, & \text{if } n \text{ is even} \\ n-1, & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$
is a bijective function. (W is the set of whole numbers)

https://www.freshersnow.com/category/govt-boards/board-model-papers/

20. Solve :

$\text{Sin}^{-1} x + \text{Sin}^{-1} (1 - x) = \text{Cos}^{-1} x$

21. Using properties of determinants, prove the following

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta+\gamma & \gamma+\alpha & \alpha+\beta \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha + \beta + \gamma)$$

22. $f : R \rightarrow R$ is defined as follows :

$$f(x) = 3x - 2 \text{ when } 0 < x \leq 1$$
$$= 2x^2 - 2 \text{ when } 1 < x \leq 2$$
$$= 5x - 4 \text{ when } x > 2$$

Examine continuity and differentiability of f at $x = 2$

OR

If $x = a\,\text{Cos}^3\theta$ এবং $y = a\,\text{Sin}^3\theta$ then find the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \pi/4$

23. Find the locus of the foot of the perpendicular let fall from the centre of the ellipse $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ on any tangent to the ellipse.

24. Evaluate :

$$\int \frac{2x + 5}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}\, dx$$

25. Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \text{Sin}\,2x \tan^{-1}(\text{Cos}x)\, dx$$

26. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ then find the vector c, such that

$$\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \text{ and } \vec{a} . \vec{c} = 3$$

27. Find the equation of plane that passes though the point (1, -1, 2) and is perpendicular to each of the planes $2x + 3y - 2z = 5$ and $x + 2y - 3z = 8$

28. An urn contains 5 white and 4 blue balls. Another urn contains 4 white and 5 blue balls. A ball is drawn from the first urn and put into the second urn. Then a ball is drawn from the second urn. Find the probability that the ball drawn is blue.

OR

A biased die shows faces having even integers twice as much having odd integers on the faces. It is thrown twice, find the probability that the sum of the integers shown on the faces is even.

Section - C

Question numbers 29 to 35 carry 6 marks each.

29. Solve the following system of equatins using matrix inversion method :

$$2x + 3y + 3z = 5$$
$$x - 2y + z = -4$$
$$3x - y - 2z = 3$$

OR

The manegement committee of a residential colony decided to award some of its members (say x) for courage, some (say y) for helping others and some other (say z) for supervising the workers to keep the colony neat and clean. The sum of all the awardees is 12. Three times the sum of awardees for Co-operation and supervision added to two times the number of awardees for courage is 33. If the sum of the number of awardees for courage and supervision is twice the number of awardees for helping others, using matrix method, find the number of awardees of each category. Apart from these values, namely, courage, cooperation and supervision, suggest one more value which the management of the colony must include for awards.

30. Examine the validity of Lagrange's mean value theorem for the function defined by $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$ in $[0, 1]$.

OR

Show that semi - vertical angle of right circular cone of given total surface area and of maximum volume is $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

31. Using integration, find the area of the region

$$\{(x, y) : x^2+y^2 \leq 16,\ x^2 \leq 6y\}$$

32. Find the particular solution of the following differential equations,

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2,\ (x \neq 0) \text{ Given that } y = 1 \text{ at } x = 2$$

33. Fine the vector equation of the plane which contains the line of intersection of the planes $x + 2y + 3z = 4$ and $2x + y - z = -5$ and which is perpendicular to the plane $\vec{r}\,(4\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + 8 = 0$

OR

Find shortest distance between lines

$\vec{r} = (1+2\lambda)\hat{i} + (1 - \lambda)\hat{j} + \lambda\hat{k}$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu\ (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

and also the equation of the line of shortest distance.

34. A dealer in wishes to pruchase a number of sewing machines. He has only Rs. 5760 to invest and has space for at most 20 items for storage. An electric sewing machine Costs him Rs. 360 and a manually operated sewing machine Rs. 240. He can sell an electric sewing machine at a profit of Rs. 22 and a manually operated sewing machine a profit of Rs. 18. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximize his profit ? Make it as an LPP and solve it graphically.

35. There are three coins. One is a two headed coin (having head on both faces), another is a biased coin that comes up heads 75% of the time and the third is an unbiased coin. One of the three coins is chosen at random and tossed. It shows heads, what is the probability that it was the two headed coin ?

N:B - (1) All questions are compulsory.

(2) There is no overall choice in the paper. However internal choice is provided in 2 questions of 4 marks each and 3 questions of 6 marks each.

(3) In SA and LA type of questions total marks may be subdinided in to different parts, if necessary.

(4) Use of calculator is not permitted.