

SS

2037

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Sc. & Agri. Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

(Evening Session)

Time allowed : Three hours

Maximum marks : 90

(Punjabi Version)

- ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ 028/B ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ ਜੀ ।
- (ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 30 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹਨ ।
- (iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ।
- (iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ।
- (v) ਕੈਲਕੁਲੇਟਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਮਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਲੋਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ।
- (vi) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਦੇ 10 ਭਾਗ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਦਾ 1 ਅੰਕ ਹੈ ।
- (vii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 ਤੋਂ 9 ਹਰੇਕ 2 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (viii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 10 ਤੋਂ 19 ਹਰੇਕ 4 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (ix) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 20 ਤੋਂ 23 ਹਰੇਕ 6 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (x) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-ਪੱਤਰ ਨਾਲ ਲੱਗਿਆ ਹੈ ।
- (xi) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ । ਇਸਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ।
- (xii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ 12, 18, 19, 20, 21, 22 ਅਤੇ 23 ਵਿੱਚ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੋਣ ਦੀ ਛੋਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ।

1. (i) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਦੇ ਅਧਾਰੀ ਸੰਕਿਰਿਆ $a * b = a^b$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ ਤਾਂ $2 * 2$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :
(a) 4 (b) 2 (c) 9 (d) 8 1
- (ii) $\sin^{-1}(1)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$ 1
- (iii) ਜੇਕਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A, 4×3 ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ B, 3×5 ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 'B'A' ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ :
(a) 5×2 (b) 4×5 (c) 5×4 (d) 3×2 1

(iv) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} mx-1, & x \leq 5 \\ 3x-5, & x > 5 \end{cases}$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਫਲਨ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ m ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{11}{5}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{3}{5}$ 1

(v) ਜੇਕਰ $y = \cos x$ ਹੈ ਤਾਂ $x = \frac{\pi}{2}$ ਤੇ y_2 ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$ 1

(vi) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ 1

(vii) ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 3y = 0$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ :

- (a) 3 (b) 2 (c) 0 (d) 1 1

(viii) ਜੇਕਰ $\sqrt{3} \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ ਹੈ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ \vec{a} ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ \vec{b} ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਹੈ :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$ 1

(ix) $\frac{x-1}{3} = \frac{6-2y}{10} = \frac{1-z}{-7}$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ :

- (a) $\langle 3, 10, -7 \rangle$ (b) $\langle 3, -5, 7 \rangle$
(c) $\langle 3, 5, 7 \rangle$ (d) $\langle 3, 5, -7 \rangle$ 1

(x) ਜੇਕਰ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ ਅਤੇ $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ ਹੈ ਤਾਂ $P(B|A)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$ 1

2. ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B = [5 \ 3 \ -1]$ ਹਨ ਤਾਂ $(AB)^T = B^T A^T$ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ। 2

3. ਜੇਕਰ $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

4. $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 2

5. $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 2
6. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{5}$, $y(0) = 2$ ਦਾ ਖਾਸ ਹਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
7. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\cot x \frac{dy}{dx} + y = 2x + x^2$ ਦਾ ਏਕੀਕਰਨ ਗੁਣਨਖੰਡ (integrating factor) ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
8. ਤਲ $3x + 4y - z = 8$ ਅਤੇ ਰੇਖਾ $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{7} = \frac{3z+6}{-12}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
9. A, B ਅਤੇ C ਦੀਆਂ ਸਮਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $1/3$, $1/2$ ਅਤੇ $1/4$ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਤਿੰਨੋਂ ਇੱਕ ਸਮਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ A, B, C ਵਿੱਚੋਂ ਠੀਕ ਇੱਕ ਸਮਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰੇਗਾ। 2
10. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਫਲਨ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+5}{8}$ ਉਲਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਣ ਯੋਗ (invertible) ਹੈ। f ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (inverse) ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4
11. ਸਿੱਧ ਕਰੋ: $\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{33}{65}$ 4
12. $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 5 \\ 1 & 4 & -2 \\ 7 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਿਮਿਟ੍ਰਿਕ ਮੈਟਰਿਕਸ (symmetric matrix) ਅਤੇ ਇਕ ਸਕਿਊ-ਸਿਮਿਟ੍ਰਿਕ ਮੈਟਰਿਕਸ (skew-symmetric matrix) ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਦਰਸਾਓ। 4
ਜਾਂ
- ਸਿੱਧ ਕਰੋ:
- $$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{vmatrix} = xyz \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$
- 4
13. ਜੇਕਰ $y = (\sin x)^x + (x)^{\sin x}$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4
14. ਵਿਤਰੇਕੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ $\sqrt{360}$ ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4
15. $\int_1^3 (x^2 + 4) dx$ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਰਾਹੀਂ ਹਲ ਕਰੋ। 4

16. ਏਕੀਕਰਨ (integration) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ $y=x+1$, $y=3x+1$, $x=5$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ। 4

17. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$, $y(1) = 1$ ਦਾ ਖਾਸ ਹੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

18. ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਦੋ ਲਾਗਵੀਂ ਭੁਜਾਵਾਂ (adjacent sides) ਸਦਿਸ਼ਾਂ $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ਅਤੇ $\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

ਜਾਂ

ਸਦਿਸ਼ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ਅਤੇ $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ \vec{d} ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ \vec{d} ਸਦਿਸ਼ \vec{c} ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ $\vec{d} \cdot \vec{a} = 10$, $\vec{d} \cdot \vec{b} = 1$ ਹੈ। 4

19. ਬੈਲੇ I ਵਿੱਚ 2 ਕਾਲੀ ਅਤੇ 8 ਲਾਲ ਗੋਦਾਂ ਹਨ, ਬੈਲੇ II ਵਿੱਚ 7 ਕਾਲੀ ਅਤੇ 3 ਲਾਲ ਗੋਦਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬੈਲੇ III ਵਿੱਚ 5 ਕਾਲੀ ਅਤੇ 5 ਲਾਲ ਗੋਦਾਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਬੈਲਾ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਠਾਲ ਚੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਅਤੇ ਉਸ ਬੈਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੋਦ ਕੱਢੀ ਗਈ ਜੇਹੜੀ ਲਾਲ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਗੋਦ ਬੈਲੇ II ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢੀ ਗਈ ਹੈ। 4

ਜਾਂ

ਇੱਕ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਫੈਂਟੀ ਹੋਈ 52 ਪੱਤਿਆਂ ਦੀ ਤਾਸ਼ ਦੀ ਗੁੱਟੀ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਪੱਤੇ (ਇਹ ਇਕੱਠੇ ਕੱਢੇ ਗਏ) ਕੱਢੇ ਗਏ। ਚੌਕੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਵੰਡ ਅਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

20. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰੋ :
 $3x + y + z = 10$, $2x - y - z = 0$, $x - y + 2z = 1$ 6

ਜਾਂ

ਮੁਢਲੇ ਰੁਪਾਂਤਰਾਂ (elementary transformations) ਰਾਹੀਂ $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (inverse) ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

21. ਇੱਕ ਗੋਲਾ (sphere) 20 ਸੈਂ.ਮੀ. ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇਸ ਗੋਲੇ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਇਤਨ (volume) ਵਾਲਾ ਉਕੇਰਿਆ ਸਿਲਿੰਡਰ $\frac{40}{\sqrt{3}}$ ਸੈਂ.ਮੀ. ਉਚਾਈ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਿਲਿੰਡਰ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਇਤਨ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

ਜਾਂ

ਇੱਕ 25 ਸੈਂ.ਮੀ. ਲੰਬੀ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਟਾਣਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਹਿੱਸੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਬਣਾਉਣਾ ਹੈ। ਤਾਰ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈਆਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਕੁਲ ਜੋੜ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ। 6

22. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ :
 $\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{1}$ ਅਤੇ $\frac{x+3}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-7}{6}$ 6

ਜਾਂ

ਬਿੰਦੂ $(5, -3, 1)$ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਤਲ $2x - 2y - 3z = 10$ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

23. ਸਰਤਾਂ $x+y \geq 5$, $5x+7y \leq 35$, $x-y \geq 0$, $x, y \geq 0$ ਦੇ ਬਾਬਤ $Z=12x+24y$ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਨੁਮਾਨ ਅਲੇਖ ਰਾਹੀਂ ਕਰੋ। 6

ਜਾਂ

ਇੱਕ ਕਿਸਮ ਦੇ ਕੇਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 300 ਗ੍ਰਾਮ ਔਟਾ ਅਤੇ 15 ਗ੍ਰਾਮ ਚਰਬੀ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਕਿਸਮ ਦੇ ਕੇਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 150 ਗ੍ਰਾਮ ਔਟਾ ਅਤੇ 30 ਗ੍ਰਾਮ ਚਰਬੀ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। 7.5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਔਟੇ ਅਤੇ 600 ਗ੍ਰਾ. ਚਰਬੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੇ ਕੇਕ ਬਣ ਸਕਦੇ ਹਨ ਇਹ ਰੇਖਿਕ ਯੋਜਨਾ ਸਮਸਿਆ (Linear Programming problem) ਬਣਾ ਕੇ ਅਲੇਖ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

(Hindi Version)

- ਨੋਟ : (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर विषय-कोड/पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/पेपर-कोड 028/B अवश्य लिखें।
(ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें टाइटल सहित 30 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।
(iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गये पृष्ठ/पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।
(iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(v) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का प्रयोग किया जा सकता है।
(vi) प्रश्न 1 में 10 भाग होंगे तथा प्रत्येक भाग 1 अंक का होगा।
(vii) प्रश्न 2 से 9 प्रत्येक 2 अंकों का होगा।
(viii) प्रश्न 10 से 19 प्रत्येक 4 अंकों का होगा।
(ix) प्रश्न 20 से 23 प्रत्येक 6 अंकों का होगा।
(x) ग्राफ पेपर प्रश्न-पत्र के साथ नत्थी है।
(xi) पंजाबी तथा हिंदी में प्रश्न अंग्रेज़ी में प्रश्नों के अनुवाद हैं। इसलिए किसी भ्रम की स्थिति में अंग्रेज़ी के प्रश्न को सही माना जाए।
(xii) प्रश्न संख्या 12, 18, 19, 20, 21, 22 और 23 में अन्दरूनी चुनाव की छूट दी गई है।

1. (i) यदि एक दो आधारित संक्रिया $a * b = a^b$ से परिभाषित है तो $2 * 2$ बराबर है :
(a) 4 (b) 2 (c) 9 (d) 8 1
- (ii) $\sin^{-1}(1)$ बराबर है :
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$ 1
- (iii) यदि मैट्रिक्स A, 4×3 क्रम की है और मैट्रिक्स B, 3×5 क्रम की है तो $B'A'$ का क्रम है :
(a) 5×2 (b) 4×5 (c) 5×4 (d) 3×2 1
- (iv) यदि $f(x) = \begin{cases} mx-1, & x \leq 5 \\ 3x-5, & x > 5 \end{cases}$ से परिभाषित फलन लगातार है तो m बराबर है :
(a) $\frac{11}{5}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{3}{5}$ 1

(b)

(v) यदि $y = \cos x$ है तो $x = \frac{\pi}{2}$ पर y_2 बराबर है :

- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(vi) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ बराबर है :

- (a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

(vii) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 3y = 0$ का क्रम है :

- (a) 3 (b) 2 (c) 0 (d) 1

(viii) यदि $\sqrt{3} \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ है तो सदिश \vec{a} और सदिश \vec{b} के बीच कोण है :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(ix) $\frac{x-1}{3} = \frac{6-2y}{10} = \frac{1-z}{-7}$ से परिभाषित रेखा के दिशा अनुपात हैं :

- (a) $\langle 3, 10, -7 \rangle$ (b) $\langle 3, -5, 7 \rangle$
 (c) $\langle 3, 5, 7 \rangle$ (d) $\langle 3, 5, -7 \rangle$

(x) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ है तो $P(B|A)$ बराबर है :

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B = [5 \ 3 \ -1]$ है तो $(AB)' = B'A'$ की पड़ताल कीजिए।

3. यदि $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

4. $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$ का मूल्यांकन कीजिए।

5. $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$ का मूल्यांकन कीजिए।

6. अवकल समीकरण $\cos \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{1}{5}$, $y(0) = 2$ का खास हल ज्ञात कीजिए।

7. अवकल समीकरण $\cot x \frac{dy}{dx} + y = 2x + x^2$ का एकीकरण गुणनखंड (integrating factor) ज्ञात कीजिए। 2
8. तल $3x + 4y - z = 8$ और रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{7} = \frac{3z+6}{12}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2
9. A, B और C की समस्या को हल करने की संभावनाएं क्रमशः $1/3$, $1/2$ और $1/4$ हैं। यदि तीनों एक समस्या को हल करने का प्रयास करते हैं तो संभावना ज्ञात कीजिए कि A, B, C में से ठीक एक समस्या को हल करेगा। 2
10. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+5}{x-8}$ उलटाए जा सकने योग्य (invertible) है। f का उलटक्रम (inverse) भी ज्ञात कीजिए। 4
11. सिद्ध कीजिए कि : $\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{33}{65}$ 4
12. $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 5 \\ 1 & 4 & -2 \\ 7 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ को एक सिमिट्रिक मैट्रिक्स (symmetric matrix) और एक स्किवू सिमिट्रिक मैट्रिक्स (skew-symmetric matrix) के जोड़ के तौर पर दर्शाइए। 4

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{vmatrix} = xyz \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

13. यदि $y = (\sin x)^x + (x)^{\sin x}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4
14. अवकलीकरण का उपयोग करके $\sqrt{360}$ का लगभग मूल्य ज्ञात कीजिए। 4
15. $\int_1^3 (x^2 + 4) dx$ को जोड़ की सीमा का उपयोग करके हल कीजिए। 4
16. एकीकरण (integration) का उपयोग करके त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ समीकरण $y = x + 1$, $y = 3x + 1$, $x = 5$ से दी गई हैं। 4
17. अवकल समीकरण $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$, $y(1) = 1$ का खास हल ज्ञात कीजिए। 4
18. एक सामानांतर चतुर्भुज की दो साथ की भुजाएँ (adjacent sides) सदिशों $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ से दी गई हैं। सामानांतर चतुर्भुज के विकर्ण की दिशा में एक इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। सामानांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ हैं। सदिश \vec{d} ज्ञात कीजिए यदि \vec{d} सदिश \vec{c} पर लम्ब है और $\vec{d} \cdot \vec{a} = 10$, $\vec{d} \cdot \vec{b} = 1$ है। 4

19. थैले I में 2 काली और 8 लाल गेंदें हैं, थैले II में 7 काली और 3 लाल गेंदें हैं और थैले III में 5 काली और 5 लाल गेंदें हैं। एक थैला बेतरतीबी से चुना गया और उस थैले में से एक गेंद निकाली गई जो कि लाल है। संभावना ज्ञात कीजिए कि गेंद थैले II में से निकाली गई है। 4

अथवा

एक अच्छी तरह फेंटी हुई 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से दो पत्ते (बिना विस्थापन किए) निकाले गए। चौकियों (चौकों) की संख्या का प्रायिकता बंटन एवं मध्यमान ज्ञात कीजिए। 4

20. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों की प्रणाली को मैट्रिक्स विधि का उपयोग करके हल कीजिए :

$$3x + y + z = 10, 2x - y - z = 0, x - y + 2z = 1$$

6

अथवा

आधारभूत रूपान्तरों (elementary transformations) का उपयोग करते हुए $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ का उलटक्रम (inverse) ज्ञात कीजिए। 6

21. एक गोला (sphere) 20 सेमी. अर्ध व्यास वाला है। सिद्ध करो कि इस गोले में अधिकतम आयतन (volume) वाला गुंथ हुआ सिलिंडर $\frac{40}{\sqrt{3}}$ सेमी. ऊँचाई का होगा। सिलिंडर का अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

एक 25 सेमी. लम्बी तार को दो हिस्सों में काटना है। एक हिस्से से चक्र और दूसरे हिस्से से वर्ग बनाना है। तार के दोनों हिस्सों की लंबाई ज्ञात कीजिए ताकि चक्र और वर्ग के क्षेत्रफलों का कुल जोड़ न्यूनतम हो। 6

22. निम्नलिखित रेखाओं में न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ और } \frac{x+3}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-7}{6}$$

6

अथवा

बिन्दु $(5, -3, 1)$ का प्रतिबिम्ब तल $2x - 2y - 3z = 10$ में ज्ञात कीजिए। 6

23. शर्तों $x + y \geq 5$, $5x + 7y \leq 35$, $x - y \geq 0$, $x, y \geq 0$ के बाबत $Z = 12x + 24y$ का अधिकतम अनुमान आलेख का उपयोग करके कीजिए। 6

अथवा

एक किस्म का केक बनाने के लिए 300 ग्राम आटा एवं 15 ग्राम चर्बी और दूसरे किस्म का केक बनाने के लिए 150 ग्राम आटा एवं 30 ग्राम चर्बी की आवश्यकता है। 7.5 किलोग्राम आटा एवं 600 ग्राम चर्बी से अधिकतम कितने केक बनाए जा सकते हैं यह रैखिक योजना समस्या (Linear Programming problem) बनाकर आलेख का उपयोग करके ज्ञात कीजिए। 6

(9)

(English Version)

- Note :** (i) You must write the subject-code/paper-code **028/B** in the box provided on the title page of your answer-book.
- (ii) Make sure that the answer-book contains 30 pages (including title page) and are properly serialized as soon as you receive it.
- (iii) Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.
- (iv) All questions are compulsory.
- (v) Use of calculator is not allowed but Log Tables can be used.
- (vi) Q. 1 will consist of 10 parts and each part will carry 1 mark.
- (vii) Q. 2 to Q. 9 each will be of 2 marks.
- (viii) Q. 10 to Q. 19 each will be of 4 marks.
- (ix) Q. 20 to Q. 23 each will be of 6 marks.
- (x) Graph paper is attached with the question paper.
- (xi) Punjabi and Hindi versions of questions are translations of English version. So in the case of any confusion consider English version to be correct.
- (xii) Question number 12, 18, 19, 20, 21, 22 and 23 contain internal choice.

1. (i) If a binary operation is defined by $a * b = a^b$ then $2 * 2$ is equal to :
- (a) 4 (b) 2 (c) 9 (d) 8 1
- (ii) $\sin^{-1}(1)$ is equal to :
- (a) 0 (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$ 1
- (iii) If order of matrix A is 4×3 and order of matrix B is 3×5 then order of matrix $B'A'$ is :
- (a) 5×2 (b) 4×5 (c) 5×4 (d) 3×2 1
- (iv) If $f(x) = \begin{cases} mx-1, & x \leq 5 \\ 3x-5, & x > 5 \end{cases}$ is continuous then value of m is :
- (a) $\frac{11}{5}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{3}{5}$ 1
- (v) If $y = \cos x$ then at $x = \frac{\pi}{2}$, y_2 is equal to :
- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$ 1
- (vi) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ is equal to :
- (a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ 1

(vii) Order of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 3y = 0$ is :

- (a) 3 (b) 2 (c) 0 (d) 1

(viii) If $\sqrt{3} \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ then angle between vector \vec{a} and vector \vec{b} is :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(ix) Direction ratio of line given by $\frac{x-1}{3} = \frac{6-2y}{10} = \frac{1-z}{-7}$ are :

- (a) $\langle 3, 10, -7 \rangle$ (b) $\langle 3, -5, 7 \rangle$
(c) $\langle 3, 5, 7 \rangle$ (d) $\langle 3, 5, -7 \rangle$

(x) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ then $P(B|A)$ is equal to :

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

2. If $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B = [5 \ 3 \ -1]$ then verify that $(AB)' = B'A'$.

3. If $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

4. Evaluate $\int \sin^4 x \cos^3 x \, dx$.

5. Evaluate $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$.

6. Find particular solution of differential equation $\cos \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{1}{5}$, $y(0) = 2$.

7. Find the integrating factor for the differential equation $\cot x \frac{dy}{dx} + y = 2x + x^2$.

8. Find the angle between plane $3x + 4y - z = 8$ and line $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{7} = \frac{3z+6}{12}$.

9. Probabilities of A, B and C of solving a problem are $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. If they all try to solve the problem then find the probability that exactly one of them will solve the problem.

10. Show that function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+5}{8}$ is invertible. Also find inverse of f . 4

11. Show that: $\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{33}{65}$ 4

12. Express $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 5 \\ 1 & 4 & -2 \\ 7 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix. 4

or

Show that:

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{vmatrix} = xyz \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

13. If $y = (\sin x)^x + (x)^{\sin x}$ then find $\frac{dy}{dx}$. 4

14. Using differentials find approximate value of $\sqrt{360}$. 4

15. Evaluate: $\int_1^3 (x^2 + 4) dx$ as limit of a sum. 4

16. Using integration find the area of triangle whose sides are given by the equations $y = x + 1$, $y = 3x + 1$, $x = 5$. 4

17. Find particular solution of differential equation $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$, $y(1) = 1$. 4

18. Adjacent sides of a parallelogram are given by the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$. Find a unit vector in the direction of its diagonal. Also find the area of parallelogram. 4

or

Vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ are given. Find vector \vec{d} if \vec{d} is perpendicular to \vec{c} and $\vec{d} \cdot \vec{a} = 10$, $\vec{d} \cdot \vec{b} = 1$. 4

19. Bag I contains 2 black and 8 red balls, bag II contains 7 black and 3 red balls and bag III contains 5 black and 5 red balls. One bag is chosen at random and a ball is drawn from it which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from bag II. 4

or

Two cards are drawn (without replacement) from a well shuffled deck of 52 cards. Find probability distribution and mean of number of cards numbered 4. 4

(12)

20. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$3x + y + z = 10, 2x - y - z = 0, x - y + 2z = 1 \quad 6$$

or

Using elementary transformations find the inverse of $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. 6

21. Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius 20 cm is $\frac{40}{\sqrt{3}}$ cm. Also find the maximum volume. 6

or

A wire of length 25 cm is to be cut off into two pieces. One piece is to be made into a circle and other into a square. What should be the lengths of two pieces so that combined area of circle and square is minimum? 6

22. Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{1} \quad \text{and} \quad \frac{x+3}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-7}{6} \quad 6$$

or

Find the image of the point (5, -3, 1) in the plane $2x - 2y - 3z = 10$. 6

23. Maximize $Z = 12x + 24y$ subject to the constraints $x + y \geq 5$, $5x + 7y \leq 35$, $x - y \geq 0$, $x, y \geq 0$ graphically. 6

or

One kind of cake requires 300 gm of flour and 15 gm of fat and another kind of cake requires 150 gm of flour and 30 gm of fat. Find the maximum number of cakes that can be made from 7.5 kg of flour and 600 gm of fat. Form a linear programming problem and solve it graphically. 6