

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III
MATHEMATICS
Paper I-A
(Telugu Version)

*Time : 3 Hours**Max. Marks : 75*

గమనిక:— ఈ ప్రశ్నలకు A, B, C అను మూడు విభాగములున్నాయి.

విభాగము-A

 $10 \times 2 = 20$

(I) అతి స్వల్ప నమాధాన ప్రశ్నలు :

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(ii) ఒకొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్గులు.

1. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ అయితే $f : A \rightarrow B$ సంగ్రహ ప్రచోణము $f(x) = x^2 + x + 1$ గా నిర్ణయించి B కనుకోండి.

2. వాస్తవ మూలాలై ప్రమేయము $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ తుదేశము కనుకోండి.

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ అయితే $A + A'$ మరియు AA' లను కనుకోండి.

4. మాత్రిక $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 5^oబి కనుకోండి.

5. A, B మరియు C బిందువుల స్థాన నదిశలు వరసగా $-2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $-4\bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$ మరియు $6\bar{i} - 3\bar{j} - 13\bar{k}$ అవుతూ $\overline{AB} = \lambda \overline{AC}$ అయితే λ . విలువను కనుకోండి.
6. $\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}$, $-5\bar{j} - \bar{k}$ మరియు $-3\bar{i} + 5\bar{j}$ బిందువుల గుండా పోయే తలం నదిగా నమీకరణాన్ని కనుకోండి.
7. $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} - 5\bar{k}$. \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} లు త్రిభుజ భుజాలుగా రూపొందేటట్లు నదిగా ఏ ను కనుగొనండి.
8. $(0, \pi)$ అంతరంలో $\sin 2x$ ప్రమేయము యొక్క రేఖా చిత్రము వేయండి.
9. $\cos^2 52\frac{1}{2}^\circ - \sin^2 22\frac{1}{2}^\circ$ ను గట్టించండి.
10. $\sinh x = 3$ అయినపుడు $x = \log_e(3 + \sqrt{10})$ అని చూపండి.

విభాగము-B

$5 \times 4 = 20$

(III) స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు :

- (i) ఏవైనా ఒదు ప్రశ్నలకు సమాధానము ప్రాయండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్పులు.

11. $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ ఒక సాధారణ మూలిక అయితే A విలోమసీయం,
- $$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{\det A}$$
- అని చూపండి.

12. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ లు అతలీయ నదిశలైంటే $6\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$, $2\bar{a} - \bar{b} + 3\bar{c}$, $-\bar{a} + 2\bar{b} - 4\bar{c}$, $-12\bar{a} - \bar{b} - 3\bar{c}$ నాలుగు బిందువులు నతలీయాలు అని చూపండి.

13. $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = 0$, $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$ మరియు $|\bar{c}| = 7$ అయితే \bar{a} , \bar{b} ల మధ్యికలోనైన్న కనుక్కొండి.

14. a, b, c లు చూన్చేతర వాస్తవ సంఖ్యలు $a \cos \theta + b \sin \theta = c$, నమీకరణానికి సాధనలు α, β లు అయితే :

$$(i) \quad \sin \alpha + \sin \beta = \frac{2bc}{a^2 + b^2}$$

$$(ii) \quad \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{c^2 - a^2}{a^2 + b^2} \text{ అని చూపండి.}$$

15. $\cot^2 x - (\sqrt{3} + 1) \cot x + \sqrt{3} = 0$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$ నమీకరణాన్ని సాధించండి.

16. $\tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{13} - \tan^{-1} \frac{2}{9} = 0$ అని రుజువు చేయండి.

17. $\frac{1 + \cos(A - B) \cos C}{1 + \cos(A - C) \cos B} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + c^2}$ అని నిరూపించండి.

విభాగము-C

5×7=35

(III) దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు :

(i) ఏదేని ఒక ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.

(ii) ఒకొక్క ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలు అనుకుండాం. అప్పుడు $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ అని నిరూపించండి.

19. గణితాను గమన సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి :

$$\left(1 + \frac{3}{1}\right)\left(1 + \frac{5}{4}\right)\left(1 + \frac{7}{9}\right) \dots \dots \left(1 + \frac{2n+1}{n^2}\right) = (n+1)^2 \text{ అని రుజువు చేయండి.}$$

20. $\begin{vmatrix} x-2 & 2x-3 & 3x-4 \\ x-4 & 2x-9 & 3x-16 \\ x-8 & 2x-27 & 3x-64 \end{vmatrix} = 0$ అయితే x విలువ కనుక్కొంది.

21. కింద నమీకరణ వ్యోవస్థ నంగతమో తాదో పరిశీలనంది. నంగతమైతే పూర్తిగా సాధించండి.

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x - y + 3z = 9.$$

22. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ లు నదిశత్తుతే :

$$(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c} = (\bar{a} \cdot \bar{c}) \bar{b} - (\bar{b} \cdot \bar{c}) \bar{a} \text{ అని నిరూపించండి.}$$

23. A, B, C లు త్రిభుజ కెణ్ణాలయితే :

$$\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C \text{ అని చూపండి.}$$

24. ΔABC కె⁶

$$(r_1 + r_2) \sec^2 \frac{C}{2} = (r_2 + r_3) \sec^2 \frac{A}{2} = (r_3 + r_1) \sec^2 \frac{B}{2}$$

అని చూపండి.