Reg. No. : ....

Name : ....

SY-27

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2022

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS – SCIENCE

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

PART - I

A. Answer any 5 questions from 1 to 9. Each carries 1 score. **(5 × 1 = 5)**

1. Which of the following relations on A = {1, 2, 3} is an equivalence relation ?

   (a) {(1, 1), (2, 2), (3, 3)} (b) {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2)}

   (c) {(1, 1), (3, 3), (1, 3), (3, 1)} (d) None of these

2. The value of $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ = ...

   (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\pi - \frac{1}{2}$

   (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

3. If A is a 3 × 3 matrix, then | adj(A) | = ...

   (a) |A| (b) $|A|^2$

   (c) $|A|^3$ (d) 3|A|

4. A fair die is rolled. If the events are E = {1, 3, 5}, F = {2, 3}, then P(E | F) = ...

5. The area bounded by the curve $y = 2x$ between $x = 0$, $x = 2$ and x-axis is ...

6. Slope of the tangent to the curve $y = x^2 + 1$ at the point (2, 5) is ....

7. Write the vector from the point A(1, 3, 5) to B(4, 3, 2).

8. Which of the following is a point on the plane $3x + 2y + 4z = 0$?

   (a) (1, 2, 1) (b) (2, 3, 2)

   (c) (2, 1, –2) (d) (2, 1, 2)

9. Write the degree of the differential equation $2\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$.

PART - I

A. 1 മുതൽ 9 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം.

(5 × 1 = 5)

1. $A = \{1, 2, 3\}$ ആകുന്നു. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന റിലേഷൻസിൽ നിന്നും A യിലെ ഒരു ഇക്വിവലൻസ് റിലേഷൻ എടുത്തെഴുതുക.

   (a) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ (b) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2)\}$

   (c) $\{(1, 1), (3, 3), (1, 3), (3, 1)\}$ (d) ഇവയിലേതുമല്ല

2. $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ന്റെ വില = ...

   (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\pi - \frac{1}{2}$

   (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

3. A ഒരു 3×3 മെട്രിക്സ് ആണ്. എങ്കിൽ $|\text{adj}(A)| = ...$

   (a) $|A|$ (b) $|A|^2$

   (c) $|A|^3$ (d) $3|A|$

4. $E = \{1, 3, 5\}$, $F = \{2, 3\}$, ഇവ ഒരു ഫെയർ ഡൈ ഉരുട്ടുന്ന റാൻഡം എക്സ്പിരിമെന്റിലെ ഇവന്റുകൾ ആയാൽ $P(E \mid F) = ...$

5. $y = 2x$ എന്ന വക്രം $x = 0$, $x = 2$, x അക്ഷം എന്നിവയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് = ...

6. $y = x^2 + 1$ എന്ന വക്രത്തിലെ (2, 5) എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള തൊടുവരയുടെ ചരിവ് = ...

7. A(1, 3, 5) എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും B(4, 3, 2) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക.

8. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ് $3x + 2y + 4z = 0$ എന്ന പ്ലെയിനിലെ ബിന്ദു ?

   (a) (1, 2, 1) (b) (2, 3, 2)

   (c) (2, 1, –2) (d) (2, 1, 2)

9. $2\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി എഴുതുക.

B. Answer all questions from 10 to 13. Each carries 1 score. **(4 × 1 = 4)**

10. The value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = ...$

11. The vertices of a triangle are (0, 2), (0, 3), (4, 6), then area of the triangle is ____.

    (a) 1 (b) 2

    (c) 3 (d) 4

12. Find the direction cosines of the vector $3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$.

13. Derivative of $\log(x^3)$ is ...

PART – II

A. Answer any 2 questions from 14 to 17. Each carries 2 scores. **(2 × 2 = 4)**

14. $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+x & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$, find x and y.

15. The length x of a rectangle is increasing at the rate of 4 cm/s and the width y is decreasing at the rate of 5 cm/s. Find the rates of change of its area when $x = 10$ cm and y = 5 cm.

16. Show that the function $f(x) = x^3 + 3x + 5$ is strictly increasing on R.

17. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y^2}$.

B. Answer any 2 questions from 18 to 20. Each carries 2 scores. **(2 × 2 = 4)**

18. Find the value of λ if the vectors $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ are coplanar.

19. If $y = x^{\sin x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

20. Find the integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$.

B. 10 മുതൽ 13 വരെ എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക.
1 സ്കോർ വീതം. (4 × 1 = 4)

10. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ന്റെ വില = ...

11. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (0, 2), (0, 3), (4, 6), ആയാൽ പരപ്പളവ് = ____

(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4

12. $3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

13. $\log(x^3)$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് = ...

PART – II

A. 14 മുതൽ 17 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

14. $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+x & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$, ആയാൽ x ഉം y ഉം കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

15. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളമായ x, 4 cm/s എന്ന തോതിൽ കൂടുന്നു. വീതി y, 5 cm/s എന്ന തോതിൽ കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. x = 10 cm, y = 5 cm ആകുമ്പോൾ ഈ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിൽ വരുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക് കണക്കാക്കുക.

16. $f(x) = x^3 + 3x + 5$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ R ൽ സ്ട്രിക്റ്റിലി ഇൻക്രീസിംഗ് ആണെന്നു തെളിയിക്കുക.

17. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y^2}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക.

B. 18 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

18. $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}, \hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരേ പ്ലെയിനിൽ ആയാൽ λ യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

19. $y = x^{\sin x}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

20. $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിങ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART – III

A. Answer any 3 questions from 21 to 24. Each carries 3 scores. **(3 × 3 = 9)**

21. Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix.

22. $R = \{(x, y) : x, y \in Z, (x - y) \text{ is an integer}\}$. Show that R is an equivalence relation.

23. Bag 1 contains 5 red and 3 black balls while another Bag 2 contains 3 red and 7 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag 2.

24. Consider the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

    (a) Find $\vec{a} \times \vec{b}$ **(2)**

    (b) Find a unit vector perpendicular to $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

B. Answer any 2 questions from 25 to 27. Each carries 3 scores. **(2 × 3 = 6)**

25. Using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.

26. If $*$ is a binary operation on R defined by $a * b = \frac{ab}{3}$,

    (a) Find the identity element of $*$. **(1)**

    (b) Find the inverse of 3. **(2)**

27. Evaluate $\int_0^2 x^2\, dx$ as the limit of a sum.

PART – III

A. **21 മുതൽ 24 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം.** **(3 × 3 = 9)**

21. $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A യെ ഒരു സിമ്മെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ സിമ്മെട്രിക്ക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക.

22. $R = \{(x, y) : x, y \in Z, (x - y)$ ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യ$\}$. ആയാൽ R ഒരു ഇക്വിവലൻസ് റിലേഷനാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

23. ബാഗ് 1 ൽ 5 ചുവന്ന ബോളുകളും 3 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ബാഗ് 2 ൽ 3 ചുവന്ന ബോളുകളും 7 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ഈ ബാഗുകളിൽ ഒന്നിൽ നിന്ന് ഒരു ബോൾ റാൻഡമായി എടുക്കുന്നു. ഇതൊരു ചുവന്ന ബോൾ ആണെങ്കിൽ ബോൾ തിരെഞ്ഞടുത്തത് ബാഗ് 2 ൽ നിന്ന് ആവാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

24. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

    (a) $\vec{a} \times \vec{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

    (b) $\vec{a}$, $\vec{b}$ എന്നീ രണ്ടു വെക്ടറുകൾക്കും ലംബമായ യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടു പിടിക്കുക. **(1)**

B. **25 മുതൽ 27 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം.** **(2 × 3 = 6)**

25. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ആയാൽ എലമെന്ററി ഓപ്പറേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് A യുടെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

26. $*$ എന്നത് R ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ഒരു ബൈനറി ഓപറേഷനാണ് $a * b = \frac{ab}{3}$, ആയാൽ

    (a) $*$ ന്റെ ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. **(1)**

    (b) 3 ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണക്കാക്കി എഴുതുക. **(2)**

27. തുകയുടെ ലിമിറ്റ് എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് $\int_0^2 x^2\,dx$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART – IV

A. Answer any 3 questions from 28 to 31. Each carries 4 scores. (3 × 4 = 12)

28. Show that $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$.

29. Find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x-axis in the first quadrant.

30. (a) Discuss the continuity of the function $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{if } x \leq 3 \\ x^2+1 & \text{if } x>3 \end{cases}$. (2)

(b) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 2x^2 - 12x + 1$ in $[2, 4]$. (2)

31. (a) Find the equation of the line passing through the points (2, 1, 0) and (4, 4, 3). (2)

(b) Find the equation of the plane which is perpendicular to the above line and passing through the point (1, 1, 2). (2)

B. Answer any 1 question from 32 to 33. Carries 4 scores. (1 × 4 = 4)

32. Find the mean of the number obtained on a throw of an unbiased die. (4)

33. Consider the planes $3x - 2y + z + 6 = 0$ and $2x + y + 2z - 6 = 0$:

(a) Find the angle between the planes. (2)

(b) Find the equation of the plane passing through the line of intersection of above planes and through the point (0, 0, 0). (2)

PART – IV

A. 28 മുതൽ 31 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. $(3 \times 4 = 12)$

28. $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

29. $y^2 = 9x$, എന്ന വക്രം $x = 2$, $x = 4$, x അക്ഷം എന്നിവയുമായി ഒന്നാം ക്വാഡ്രന്റിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

30. (a) $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{if } x \leq 3 \\ x^2+1 & \text{if } x > 3 \end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ കണ്ടിന്യൂവിറ്റി പരിശോധിക്കുക. (2)

(b) $f(x) = 2x^2 - 12x + 1$ എന്ന ഫങ്ഷന് $[2, 4]$ ൽ റോൾസ് തിയറം ശരിയാവുമോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

31. (a) (2, 1, 0), (4, 4, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

(b) (1, 1, 2) എന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി കടന്നു പോകുന്നതും മേൽ പറഞ്ഞ വരയ്ക്ക് ലംബവുമായ പ്ലയിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

B. 32 മുതൽ 33 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 1 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ. $(1 \times 4 = 4)$

32. ഒരു അൺബയസ്ഡ് ഡൈ ഒരു തവണ ഉരുട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ മീൻ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (4)

33. $3x - 2y + z + 6 = 0$ and $2x + y + 2z - 6 = 0$ എന്നീ പ്ലയിനുകൾ പരിഗണിക്കുക :

(a) ഈ പ്ലയിനുകൾക്കിടയിലുള്ള കോണളവ് കണക്കാക്കുക. (2)

(b) മേൽ പറഞ്ഞ പ്ലയിനുകൾ കൂടിച്ചേരുന്ന വരയിലൂടെയും (0, 0, 0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന പ്ലയിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

PART – V

Answer any 2 questions from 34 to 36. Each carries 6 scores. **(2 × 6 = 12)**

34. Solve the following system of equations by matrix method.

$$x - y + 2z = 1$$

$$2y - 3z = 1$$

$$3x - 2y + 4z = 2$$

35. Find the following integrals :

(a) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ **(3)**

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ **(3)**

36. Solve the following linear programming problem graphically

Maximise $Z = 3x + 2y$

Subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

PART – V

34 മുതൽ 36 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
6 സ്കോർ വീതം. **(2 × 6 = 12)**

34. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കുക.

$$x - y + 2z = 1$$
$$2y - 3z = 1$$
$$3x - 2y + 4z = 2$$

35. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രൽസ് കണ്ടുപിടിക്കുക :

(a) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ (3)

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ (3)

36. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കുക.

Maximise $Z = 3x + 2y$

Subject to

$$x + 2y \leq 10$$
$$3x + y \leq 15$$
$$x, y \geq 0$$