झारखण्ड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद, राँची
वार्षिक माध्यमिक परीक्षा
(2023- 2024)
MODEL QUESTION PAPER
प्रतिदर्श प्रश्न पत्र

Class – 12 (कक्षा–12)	Subject – Mathematics (विषय–गणित)	F. M. – 80 (पूर्णांक–80)	Time – 3Hour (समय–3 घंटा)

सामान्य निर्देश-:

- **परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में उत्तर दें।**
  Candidates should answer in their own words as much as possible.
- **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**
  All questions are compulsory.
- **कुल प्रश्नों की संख्या 52 है।**
  Total number of questions is 52.
- **प्रश्न 1 से 30 तक बहुविकल्पिय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प दिए गए हैं। सही विकल्प का चयन कीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 01 अंक निर्धारित है।**
  Question No. 01 to 30 are multiple choice questions, each question has four options. Select the correct option. Each question carries 01 mark.
- **प्रश्न संख्या 31 से 38 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न है। जिसमे से किन्ही 6 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का मान 2 अंक निर्धारित है।**
  Question numbers 31 to 38 are very short answer questions. Out of which it is mandatory to answer any 6 questions. Each question carries 02 marks.
- **प्रश्न संख्या 39 से 46 तक लघु उत्तरीय प्रश्न है। जिसमे से किन्ही 6 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का मान 3 अंक निर्धारित है।**
  Question numbers 39 to 46 are short answer questions. Out of which it is mandatory to answer any 6 questions. Each question carries 03 marks.
- **प्रश्न संख्या 47 से 52 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का मान 5 अंक निर्धारित है।**
  Question numbers 47 to 52 are long answer questions. It is mandatory to answer any 4 questions. Each question carries 05 marks.

---

1. A relation R on set $\{1, 2, 3\}$ is given by $R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (3,3), (2,3)\}$. Then the relation R is

   (a) reflexive (b) symmetric

   (c) transitive (d) symmetric and transitive

एक संबंध R समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ पर $R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (3,3), (2,3)\}$ द्वारा परिभाषित है, तो संबंध R है

(a) स्वतुल्य (b) सममित

(c) संक्रामक (d) सममित और संक्रामक

2. Let $f(x) = x^3$ be a function with domain $\{0, 1, 2, 3\}$, then domain of f^{-1} is

(a) $\{3, 2, 1, 0\}$ (b) $\{0, -1, -2, -3\}$

(c) $\{0, 1, 8, 27\}$ (d) none of these

माना कि $f(x) = x^3$ एक फलन है जिसका प्रांत $\{0, 1, 2, 3\}$ है, तो f^{-1} का प्रांत है

(a) $\{3, 2, 1, 0\}$ (b) $\{0, -1, -2, -3\}$

(c) $\{0, 1, 8, 27\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

3. $\sin(\tan^{-1}x), |x| < 1$ is equal to

$\sin(\tan^{-1}x), |x| < 1$ बराबर है

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

4. $\cot^{-1}(1/\sqrt{3}) - \cos^{-1}(-1/2)$ is equal to (बराबर है)

(a) π (b) $-\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

5. If $\begin{bmatrix} 2x+y & 4x \\ 5x-7 & 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 5y-7 \\ y & x+6 \end{bmatrix}$, then the value of x, y are respectively

यदि $\begin{bmatrix} 2x+y & 4x \\ 5x-7 & 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 5y-7 \\ y & x+6 \end{bmatrix}$ तो x, y के मान क्रमशः है

(a) 3, 1 (b) 2, 3 (c) 2, 4 (d) 3, 3

6. If A be any square matrix, then $(A + A')$ is

(a) identity matrix (b) symmetric matrix

(c) skew-symmetric matrix (d) none of these

यदि A कोई वर्ग आव्यूह है, तो $(A + A')$ है

(a) तत्समक आव्यूह (b) सममित आव्यूह

(c) विषम सममित आव्यूह (d) इनमें से कोई नहीं

7. If $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$, then x is

(a) 2 (b) -2 (c)0 (d) none of these

यदि $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$, तो x है

(a) 2 (b) -2 (c)0 (d) इनमें से कोई नहीं

8. What is the relation between a and b, so that the function f defined by

$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$ is continuous at $x = 3$?

(a) $a = b$ (b) $a + b = 2/3$ (c) $a - b = 2/3$ (d) none of these

a और b के बीच का संबंध क्या होगा जिसके लिए फलन

$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$ $x = 3$ पर संतत है?

(a) $a = b$ (b) $a + b = 2/3$ (c) $a - b = 2/3$ (d) इनमें से कोई नही

9. If $y = \log(\log x)$, $x > 1$ then $\frac{dy}{dx}$ is

यदि $y = \log(\log x)$, $x > 1$ तो $\frac{dy}{dx}$ है

(a) $\frac{1}{\log x}$ (b) $\frac{x}{\log x}$ (c) $\frac{1}{x \log x}$ (d) $\frac{-1}{x \log x}$

10. If (यदि) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, then (तो) $\frac{dy}{dx}$ = ?

(a) $-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ (b) $-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$ (c) $-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$ (d) 0

11. If (यदि) $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$, $\frac{-1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$, then (तो) $\frac{dy}{dx}$ =?

(a) $\frac{3}{1+x^2}$ (b) $\frac{-3}{1+x^2}$ (c) $\frac{1}{1+x^2}$ (d) $\frac{-1}{1+x^2}$

12. The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r =$ 5cm is

वृत की क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसके त्रिज्या के सापेक्ष क्या होगी जब त्रिज्या 5 cm हो?

(a) $10\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$ (b) $20\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

(c) $\frac{22}{7} \text{ cm}^2/\text{cm}$ (d) $110\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

13. The function $f(x) = x + \cos x$ is

(a) always increasing (b) always decreasing

(c) increasing for certain range of x (d) none of these

फलन $f(x) = x + \cos x$ है

(a) हमेशा वर्धमान है (b) हमेशा ह्रासमान है

(c) x के सीमित मानों के लिए वर्धमान (d) इनमें से कोई नहीं

14. $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ is equal to (बराबर है)

(a) $\tan^{-1}(e^x) + c$ (b) $\tan^{-1}(e^{-x}) + c$

(c) $\log(e^x - e^{-x}) + c$ (d) $\log(e^x + e^{-x}) + c$

15. $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ is equal to (बराबर है)

(a) $\tan x + x + c$ (b) $x - \tan x + c$

(c) $\tan x - x + c$ (d) $\tan x + c$

16. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x \, dx$ is equal to (बराबर है)

(a) $\pi/2$ (b) $-\pi/2$ (c) π (d) 0

17. $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx =$

(a) $\pi/2$ (b) $\pi/3$ (c) $\pi/4$ (d) $\pi/6$

18. Sum of the order and degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ is

अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ की कोटि तथा घात का योगफल है

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

19. What is the integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$?

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ का समाकलन गुणांक क्या है?

(a) $\sec x + \tan x$ (b) $\log(\sec x + \tan x)$

(c) $e^{\sec x}$ (d) $\sec x$

20. Solution of the differential equation $\frac{dx}{x}+\frac{dy}{y}=0$ is

अवकल समीकरण $\frac{dx}{x}+\frac{dy}{y}=0$ का हल है

(a) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=c$ (b) $xy=c$ (c) $\log x . \log y=c$ (d) $x+y=c$

21. If the vectors $a\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$ and $3\hat{i}-4\hat{j}+b\hat{k}$ are collinear, then $(a,b)=$

यदि सदिश $a\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$ तथा $3\hat{i}-4\hat{j}+b\hat{k}$ संरेख हैं, तो $(a,b)=$

(a) $\left(\frac{9}{4},\frac{8}{3}\right)$ (b) $\left(-\frac{9}{4},\frac{8}{3}\right)$ (c) $\left(\frac{9}{4},-\frac{8}{3}\right)$ (d) $\left(-\frac{9}{4},-\frac{8}{3}\right)$

22. If $\vec{a}$ is a non-zero vector of magnitude 'a' and λ a non-zero scalar, then $\lambda\vec{a}$ will be a unit vector if

यदि $\vec{a}$ परिमाण 'a' वाला एक अशून्य सदिश है तथा λ एक अशून्य अदिश है तो $\lambda\vec{a}$ एक इकाई सदिश होगा, यदि

(a) $\lambda=1$ (b) $\lambda=-1$ (c) $a=|\lambda|$ (d) $a=1/|\lambda|$

23. If $\vec{a}=\hat{\imath}+3\hat{\jmath}+7\hat{k}$ and $\vec{b}=2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+6\hat{k}$, then projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$ is

यदि $\vec{a}=\hat{\imath}+3\hat{\jmath}+7\hat{k}$ तथा $\vec{b}=2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+6\hat{k}$ तो, $\vec{b}$ पर $\vec{a}$ का प्रक्षेप है

(a) $1/5$ (b) 5 (c) -5 (d) $-1/5$

24. The direction ratios of two lines are a,b,c and $b-c,\ c-a,\ a-b$ respectively. Then angle between these lines is

यदि दो रेखाओं के दिक्–अनुपात क्रमशः a,b,c तथा $b-c,\ c-a,\ a-b$ हैं, तो उनके बीच का कोण है

(a) $\pi/3$ (b) $\pi/2$ (c) $\pi/4$ (d) $3\pi/4$

25. If (a_1,b_1,c_1) and (a_2,b_2,c_2) be the direction ratios of two parallel lines, then

यदि (a_1,b_1,c_1) तथा (a_2,b_2,c_2) दो समांतर रेखाओं के दिक्–अनुपात हैं, तो

(a) $a_1=a_2,\ b_1=b_2,\ c_1=c_2$
(b) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$
(c) $a_1^2+b_1^2+c_1^2=a_2^2+b_2^2+c_2^2$
(d) $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$

26. Mother, father and son line up at random for a family picture. If E: son on one end; F: father in middle, then $P(E/F)$ is

माता, पिता और पुत्र एक पारिवारिक तस्वीर के लिए यादृच्छिक रूप से कतार में खड़े होते हैं। यदि E: पुत्र एक छोर पर; F: पिता मध्य में, तो $P(E/F)$ है

(a) 0 (b) 1/2 (c) -1 (d) 1

27. If $P(\bar{A}) = 0.2, P(B) = 0.5$ and $P(B/A) = 0.4$, then $P(A/B) =$ ______

यदि $P(\bar{A}) = 0.2, P(B) = 0.5$ तथा $(B/A) = 0.4$, तो $P(A/B) =$ ______

(a) 0.32 (b) 0.64 (c) 0.16 (d) 0.25

28. If A speaks truth in 75% cases and B speaks truth in 80% cases, then what is the probability that they contradict each other in a statement?

यदि A, 75% मामलों में सत्य बोलता है और B, 80% मामलों में सत्य बोलता है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि एक कथन में दोनों एक दूसरें का विरोध करते हैं?

(a) $\frac{7}{20}$ (b) $\frac{13}{20}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{2}{5}$

29. If A and B are events such that $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{7}{12}$ and $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$, then A and B are

(a) Independent (b) mutually exclusive
(c) both (a) and (b) (d) none of these

यदि A तथा B इस प्रकार की घटनाएँ हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{7}{12}$ तथा $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$ तो A और B हैं

(a) स्वतंत्र (b) परस्पर अपवर्जी
(c)दोनों (a) तथा (b) (d)इनमें से कोई नहीं

30. The corner points of the bounded feasible region determined by a system of linear constraints are (0, 3), (1, 1) and (3, 0). Let $z = px + qy$, where $p, q > 0$. The condition on p and q so that the minimum of z occurs at (3, 0) and (1, 1) is
(a) $p = 2q$ (b) $p = q/2$ (c) $p = 3q$ (d) $p = q$

रैखिक व्यवरोधों के निकाय से निर्धारित एक सुसंगत परिब़द्ध क्षेत्र के कोणीय बिन्दु (0, 3), (1, 1) तथा (3, 0) है। माना कि $z = px + qy$ जहाँ $p, q > 0$. यदि कोणीय बिन्दुओं (3, 0) तथा (1, 1) पर z का न्यूनतम मान प्राप्त होता है तो p और q के बीच शर्त है
(a) $p = 2q$ (b) $p = q/2$ (c) $p = 3q$ (d) $p = q$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न :-

31.If $(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, x \neq \frac{2}{3}$, show that $fof(x) = x$ for all $x \neq \frac{2}{3}$.

यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, x \neq \frac{2}{3}$ दिखायें कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $fof(x) = x$.

32. Evaluate: $\cos\left[\cos^{-1}\left(\sqrt{3}/2\right) + \pi/6\right]$.

मान ज्ञात कीजिए : $\cos\left[\cos^{-1}\left(\sqrt{3}/2\right) + \pi/6\right]$.

33. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then find BA.

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो BA ज्ञात करें।

34. If $y = \cos\sqrt{x^2 + 2}$, find $\frac{dy}{dx}$

यदि $y = \cos\sqrt{x^2 + 2}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।

35. Evaluate (ज्ञात करें): $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - \cos x}}$

36. If $\overrightarrow{OP} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}$ and $\overrightarrow{OQ} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, find the modulus and direction cosines of $\overrightarrow{PQ}$.

यदि $\overrightarrow{OP} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}$ तथा $\overrightarrow{OQ} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ तो $\overrightarrow{PQ}$ का मापांक एवं दिक् कोज्याएँ ज्ञात करें।

37. Find the cartesian equation of a line which passes through the point (1, 2, 3) and parallel to the line $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$.

बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरती हुई रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$ के समांतर है।

38. Find the angle between the following Pair of lines.

निम्नलिखित रेखा युग्मों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

$r=2\hat{i}-5\hat{j}+\hat{k}+\lambda(3\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k})$

$r=7\hat{i}-6\hat{j}+\mu(\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k})$

लघु उत्तरीय प्रश्न :-

39. If the function $f(x)=\begin{cases}3ax+b, & x>1\\ 11, & x=1\\ 5ax-2b, & x<1\end{cases}$ is continuous at $x=1$, then find the value of a and b.

यदि $x=1$ पर फलन $f(x)=\begin{cases}3ax+b, & x>1\\ 11, & x=1\\ 5ax-2b, & x<1\end{cases}$ संतत है, तो a और b का मान ज्ञात करें।

40. Find the interval in which the function $f(x)=2x^3-3x^2-36x+7$ is (a) increasing, (b) decreasing.

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x)=2x^3-3x^2-36x+7$ (a) वर्धमान (b) ह्रासमान ळें

41. Evaluate(मान निकालें): $\int \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}dx$

42. Show that (दिखायें कि): $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x-\cos x}{1+\sin x\cdot\cos x}dx=0$

43. Using integration find the area of the region bounded by the parabola $y^2=16x$ and the line $x=4$.

समाकलन का प्रयोग कर परवलय $y^2=16x$ तथा सरल रेखा $x=4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

44. Solve (हल करें): $\frac{dy}{dx}-y=xe^x$.

45. If the vertices A, B, C of a triangle ABC have position vectors $(1,2,3), (-1,0,0)$ and $(0,1,2)$ respectively, then find $\angle ABC$.

यदि किसी त्रिभुज ABC के शीर्ष A, B, C क्रमशः $(1,2,3), (-1,0,0)$ तथा $(0,1,2)$ हैं तो $\angle ABC$ ज्ञात कीजिए।

46. If $y = 500e^{7X}+600e^{-7X}$, show that $\frac{d^2y}{dx^2}=49y$

यदि $y = 500e^{7X}+600e^{-7X}$ तो सिद्ध करें की $\frac{d^2y}{dx^2}=49y$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :-

47. Solve the following system of equations by matrix method

निम्नलिखित समीकरण निकाय को आब्यूह विधि से हल करें

$5x + 3y + z = 16$

$2x + y + 3z = 19$

$x + 2y + 4z = 25$

48. Find the maximum and minimum value of $3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25$ on $[0, 3]$.

$3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25$ का अंतराल $[0, 3]$ में महत्तम तथा न्यूनतम मान ज्ञात करें।

49. Find the shortest distance between the following pair of lines

निम्नलिखित रेखा–युग्मों के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \quad \text{and} \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

50. Solve the following L.P.P. by graphical method:

Minimize $z = 20x + 10y$

Subject to $x + 2y \leq 40$

$3x + y \geq 30$

$4x + 3y \geq 60$ and $x, y \geq 0$.

नवोन्मेष शोध नेतृत्व

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल करें:

न्यूनतमीकरण करें $z = 20x + 10y$

जबकि $x + 2y \leq 40$

$3x + y \geq 30$

$4x + 3y \geq 60$ and $x, y \geq 0$.

51. A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn and are found to be both diamonds. What is the probability of the lost card being a diamond?

52 ताशें की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है। शेष पत्तों में से दो पत्ते निकाले जाते हैं जो ईट के पत्ते हैं। खो गए पत्ते के ईट होने की प्रायिकता क्या है?

52. By using the properties of $\frac{\pi}{2}$ definite integrals, evaluate the integrals $\int_0^{\pi/2} (2\log\sin x - \log\sin 2x)dx$

निश्चित समाकलन के गुणों का उपयोग कर निम्न का समाकलन ज्ञात करें।
$\int_0^{\pi/2}(2\log\sin x - \log\sin 2x)dx$

नवोन्मेष शोध नेतृत्व JCERT