

# MATHEMATICS

## ( New Syllabus )

### 2024

Total Time : 3 Hours 15 minutes ]

[ Total Marks : 80

- ★ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাদে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।
- ★ **Special credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting. Figures in the margin indicate full marks for the questions.**

নির্দেশাবলি :

- এই প্রশ্নপুস্তিকাটির পৃষ্ঠা সংখ্যা 24.
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটি দ্বিভাষিক — বাংলা এবং ইংরাজী। যদি কোনো ক্ষেত্রে সন্দেহ বা বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী ভাষাই চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।
- প্রদত্ত নির্দেশ অনুসারে প্রশ্নের উত্তর দাও। মূল উত্তরপত্রেই কেবল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, অন্যত্র নয়।
- প্রয়োজন অনুযায়ী মূল উত্তরপত্রে রাফ / খসড়া কার্য করা যাবে এবং শেষে কোনাকুনি ভাবে কেটে দেবে।

ভাষান্তর/Versions	পৃষ্ঠা থেকে/From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত /To Page
বাংলা/Bengali	3	12
ইংরাজী/English	13	23

- এই প্রশ্নপুস্তিকার ২ নং পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরাজী নির্দেশাবলি পড়ো।
- **READ THE INSTRUCTIONS IN ENGLISH AT PAGE NO. 2 OF THIS QUESTION BOOKLET.**



**INSTRUCTIONS :**

- This Question Booklet consists of **24** pages.
- This Question Booklet is in *two* versions — Bengali and English. **In case of any doubt or confusion, English version will prevail.**
- Attempt the questions as per the instructions given therein. Write the answers only in the Main Answer Script, nowhere else.
- Do Rough Work, if necessary, in Main Answer Script and cross it diagonally.



বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলির (MCQ) উত্তর, উত্তরপত্রে প্রদত্ত নির্দিষ্ট ছাপানো TABLE-এ লিখতে হবে। এই প্রশ্ন পুস্তিকায় সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (SAQ) নেই। তাই উত্তরপত্রে সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলির (SAQ) উত্তর দেওয়ার স্থানে পরীক্ষার্থীরা যেন কিছু না লেখে।

( বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলি )

1. বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি বেছে নিয়ে লেখো :  $1 \times 10 = 10$

(i) 5 টি পদযুক্ত একটি সেটে সম্বন্ধের সংখ্যা

- (a) 5 (b) 25  
(c)  $2^5$  (d)  $2^{25}$

(ii)  $\sin^{-1} \sin \left( \frac{5\pi}{6} \right)$ -এর মুখ্য মান হবে

- (a)  $\frac{\pi}{6}$  (b)  $\frac{5\pi}{6}$   
(c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{\pi}{3}$

(iii) A একটি তৃতীয় ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে  $|kA|$ -এর মান হবে (k একটি স্কেলার)

- (a)  $k|A|$  (b)  $k^2|A|$   
(c)  $k^3|A|$  (d)  $3k|A|$



(iv)  $\int_0^x f(t)dt = x + \int_1^x tf(t)dt$  হলে,  $f(x)$ -এর মান হবে

(a)  $1 + x$

(b)  $1 - x$

(c)  $\frac{1}{1+x}$

(d)  $\frac{1}{1-x}$

(v)  $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$ -এর মান হবে

(a) 0

(b)  $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) 2

(vi) অবকল সমীকরণ  $y = \frac{dy}{dx} + \frac{c}{\frac{dy}{dx}}$ -এর ক্রম ও ঘাত হবে

(a) 1, 2

(b) 2, 2

(c) 1, 1

(d) 2, 1

(vii)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$  হলে  $\frac{d^2y}{dx^2}$ -এর মান হবে

(a) 0

(b)  $\frac{y^2}{x^2}$

(c)  $\frac{y}{x^2}$

(d)  $\frac{1}{x}$

(viii)  $5 - (x - 1)^2$ -এর সর্বাধিক মান হবে

- (a) 5 (b) 4  
(c) 6 (d) 3

(ix)  $\vec{a}$  এবং  $\vec{b}$  দুটি ভেক্টর যেখানে  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 2$  এবং  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$  ;  
 $\vec{a}$  এবং  $\vec{b}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ হবে

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$   
(c)  $\frac{\pi}{3}$  (d)  $\frac{\pi}{4}$

(x)  $2P(A) = P(B) = \frac{6}{13}$  এবং  $P(A/B) = \frac{1}{3}$  হলে,  $P(A \cup B)$ -এর মান হবে

- (a)  $\frac{5}{13}$  (b)  $\frac{9}{13}$   
(c)  $\frac{7}{13}$  (d)  $\frac{6}{13}$

( দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি )

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i)  $g(x) = 2x^2 + 1$  এবং  $f(x) = 3x$  হলে,  
 $f\{g(x)\} - g\{f(x)\}$ -এর মান নির্ণয় করো।

(ii)  $0 < x < 1$  হলে দেখাও যে,  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ .



(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i)  $2A^T + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$  এবং  $2B^T + A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  হলে, ম্যাট্রিক্স

$A$  -এর মান নির্ণয় করো।

(ii)  $\begin{vmatrix} -5 & 5 & 10 \\ 5 & -5 & x \\ 0 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 0$  হলে,  $x$  -এর মান নির্ণয় করো।

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 3 = 6

(i)  $f(x) = -f(-x)$  হলে, দেখাও যে  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

(ii)  $f'(a)$  -এর সসীম মান থাকলে দেখাও যে,  $f(x)$ ,  $x = a$ -তে সন্তত হবে।

(iii) যদি  $x = t$ ,  $y = t^2$  হয়,  $\frac{d^2y}{dx^2}$  নির্ণয় করো।

(iv)  $x$ -অক্ষ,  $y = 4x$  এবং  $x = 4$  সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (কলন বিদ্যার প্রয়োগে)

(v) কলন বিদ্যার প্রয়োগে  $3\sin x + 4$  -এর সর্বাধিক মান নির্ণয় করো।

$$(0 < x < \pi)$$

(vi) Rolle's-এর উপপাদ্যটি লেখো।



(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i)  $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  হলে যে সামান্তরিকেরদুটি সংলগ্ন বাহু হল  $\vec{a}$  এবং  $\vec{b}$  ভেক্টর, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(ii) দুটি সরলরেখার দিক অনুপাতগুলি হল 2, 1, - 2 এবং 3, - 4, 5,

তাদের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i) A ও B দুটি স্বাধীন ঘটনা হলে প্রমাণ করো

$$P(A \cup B) = 1 - P(A^C) \cdot P(B^C).$$

(ii) একটি দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক 4 এবং সমক পার্থক্য 3 বিবৃতিটি সত্য

হতে না পারার কারণ কি ?

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4 × 1 = 4

(i) মনে করো  $A = R - \{3\}$  এবং  $B = R - \{1\}$ । প্রমাণ করো

$$f : A \rightarrow B \text{ অপেক্ষক যা } f(x) = \frac{x-2}{x-3} \text{ দ্বারা সংজ্ঞাত একটি}$$

একৈকী উপরিচিত্রণ। ( $f$  হলো বাইজেক্টিভ)(ii)  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$  হলে দেখাও যে

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$



(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

4 × 2 = 8

(i)  $A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  হলে,  $(A + I_3)(A - I_3)$ -এর মান নির্ণয় করো।

অথবা

$3A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  হলে দেখাও যে  $A$  একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স।  
 $A^{-1}$  নির্ণয় করো।

(ii) প্রমাণ করো  $\begin{vmatrix} 2a & a-b-c & 2a \\ 2b & 2b & b-c-a \\ c-a-b & 2c & 2c \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$ .

অথবা

$a \neq p, b \neq q, c \neq r$  এবং  $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$  হলে,

$\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$  -এর মান নির্ণয় করো।

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

4 × 3 = 12

(i)  $f(x) = 2 - x$  যখন  $x \leq 0$

$= 2 + 2x$  যখন  $x > 0$ .

হলে দেখাও যে  $f(x)$ ,  $x = 0$ -তে সন্তত কিন্তু  $f'(0)$ -এর অস্তিত্ব নেই।

অথবা

$y = \log\left(\tan \frac{x}{2}\right)$  হলে দেখাও যে,  $\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \cos x \frac{dy}{dx} = 0$ .



(ii) মান নির্ণয় করো  $\int \sin(\log x) dx$ .

অথবা

$\int (\sqrt{\cot x} - \sqrt{\tan x}) dx$  -এর মান নির্ণয় করো।

(iii) সমাধান করো  $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$ ,

দেওয়া আছে  $x = 1$ , যখন  $y = -1$ .

অথবা

সমাধান করো  $x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$ ,

দেওয়া আছে  $y = 1$ , যখন  $x = 1$ .

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4 \times 1 = 4$

(i)  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  ভেক্টর

তিনটি এমন যে  $\vec{a} + \lambda \vec{b}$  এবং  $\vec{c}$  পরস্পর লম্ব।  $\lambda$ -এর মান নির্ণয়

করো।

(ii) দেখাও যে  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \{(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a})\} = 2\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ .



(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4 × 1 = 4

(i) দেখাও যে  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ .

(ii) মান নির্ণয় করো  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1^2}{n^3 + 1^3} + \frac{2^2}{n^3 + 2^3} + \dots + \frac{1}{2n} \right]$ .

(f) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4 × 1 = 4

(i) কোনো সমসত্ত্ব পরীক্ষা যখন 5 বার পুনরাবৃত্ত হয়, তখন একটি দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক ও ভেদমানের সমষ্টি 1.8 হলে দ্বিপদ বিভাজনটি নির্ণয় করো।

(ii) A চাইছে B-কে আঘাত করতে কিন্তু B ও C দুজনেই A-কে আঘাত করতে চাইছে। A, B, C-এর আঘাত করার সম্ভাবনা যথাক্রমে  $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ । যদি A আঘাত প্রাপ্ত হয় এবং আঘাতটি B করবে কিন্তু C করতে পারবে না তার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

4. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5 × 1 = 5

(i) একজন অসুস্থ ব্যক্তির খাদ্যে কমপক্ষে 4000 একক ভিটামিন, 50 একক খনিজ এবং 1400 ক্যালোরি শক্তি থাকা প্রয়োজন। দুই প্রকার খাদ্য A এবং B পাওয়া যায়। প্রতি একক A খাদ্যের দাম 4 টাকা এবং B খাদ্যের দাম 3 টাকা। প্রতি একক A খাদ্যে 200 একক ভিটামিন, 1 একক খনিজ এবং 40 ক্যালোরি শক্তি আছে। প্রতি একক B খাদ্যে 100 একক ভিটামিন, 2 একক খনিজ এবং 40 ক্যালোরি শক্তি আছে। এই সমস্যাটির জন্য একটি রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি গঠন করো যাতে খাবারের খরচ সবথেকে কম হয়।

- (ii) লেখচিত্রের সাহায্যে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অতিষ্ঠ অপেক্ষক  $Z$ -এর চরম মান নির্ণয় করো। (ছক কাগজের প্রয়োজন নেই)

$$Z = 4x + 3y$$

শর্ত সাপেক্ষে  $x + y \leq 50$

$$x + 2y \leq 80$$

$$2x + y \geq 20$$

এবং  $x \geq 0, y \geq 0$ .

- (b) যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$5 \times 2 = 10$$

- (i) কলন বিদ্যার সাহায্যে  $y = mx + c, x^2 + y^2 = a^2$ -এর স্পর্শক হওয়ার শর্ত নির্ণয় করো। অতঃপর দেখাও যে  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের বাইরে অবস্থিত একটি বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব।

$$3 + 2$$

- (ii) সমাধান করো  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$ । প্রদত্ত  $y = 0$ , হবে যখন  $x = 1$ .

- (iii) কলন বিদ্যার সাহায্যে  $(0, 0)$  থেকে  $3x + 4y + 5 = 0$ -এর উপর লম্ব দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

- (iv) সীমার যোগফল আকারে প্রকাশ করে  $\int_0^2 (3x^2 + 2x)dx$ -এর মান নির্ণয় করো।

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

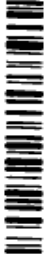
5 × 1 = 5

(i) ( 1, 2, 3 ) বিন্দুগামী যে সরলরেখা  $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$  এবং

$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{5}$  -এর উপর লম্ব তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) ( -1, -1, 2 ) বিন্দুগামী এবং  $3x + 2y - 3z = 1$  এবং

$5x - 4y + z = 5$  সমতল দুটির উপর লম্ব সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।



The questions related to MCQ should be answered in the specific printed TABLE in the Answer Script. This Question Booklet does not contain any SAQ. Accordingly candidates should not write anything in the designated space on the Answer Script for answering SAQ in the Answer Script.

( Multiple Choice Type Questions )

1. Choose the correct answer from the given alternatives :

$$1 \times 10 = 10$$

(i) Number of relations on a set with 5 elements is

- (a) 5 (b) 25  
(c)  $2^5$  (d)  $2^{25}$

(ii) The principal value of  $\sin^{-1} \sin \left( \frac{5\pi}{6} \right)$  is

- (a)  $\frac{\pi}{6}$  (b)  $\frac{5\pi}{6}$   
(c)  $\frac{\pi}{2}$  (d)  $\frac{\pi}{3}$



**Q.N.MATH(NS)/24(09)-549**

(iii)  $A$  is a square matrix of order 3. The value of  $|kA|$  is equal to ( $k$  is a constant)

- (a)  $k|A|$  (b)  $k^2|A|$   
(c)  $k^3|A|$  (d)  $3k|A|$

(iv) If  $\int_0^x f(t)dt = x + \int_1^x tf(t)dt$ , then  $f(x)$  is equal to

- (a)  $1+x$  (b)  $1-x$   
(c)  $\frac{1}{1+x}$  (d)  $\frac{1}{1-x}$

(v) Value of  $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$  is equal to

- ~~(a)~~ 0 (b)  $\frac{1}{2}$   
(c) 1 (d) 2

(vi) Order and degree of the differential equation

$$y = \frac{dy}{dx} + \frac{c}{\frac{dy}{dx}} \text{ are}$$

- ~~(a)~~ 1, 2 (b) 2, 2  
(c) 1, 1 (d) 2, 1

(vii) If  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ , then value of  $\frac{d^2y}{dx^2}$  is

- (a) 0 (b)  $\frac{y^2}{x^2}$   
(c)  $\frac{y}{x^2}$  (d)  $\frac{1}{x}$

(viii) Maximum value of  $5 - (x - 1)^2$  is

- ~~(a)~~ 5 (b) 4  
(c) 6 (d) 3

(ix) For vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 2$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$ , angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$   
(c)  $\frac{\pi}{3}$  ~~(d)~~  $\frac{\pi}{4}$

(x) If  $2P(A) = P(B) = \frac{6}{13}$  and  $P(A/B) = \frac{1}{3}$ , then value of  $P(A \cup B)$  is

- (a)  $\frac{5}{13}$  (b)  $\frac{9}{13}$   
~~(c)~~  $\frac{7}{13}$  (d)  $\frac{6}{13}$

## ( Long Answer Type Questions )

2. (a) Answer any **one** question : $2 \times 1 = 2$ 

(i) If  $g(x) = 2x^2 + 1$  and  $f(x) = 3x$ , then find the value of  $f\{g(x)\} - g\{f(x)\}$ .

(ii) If  $0 < x < 1$ , then show that  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ .

(b) Answer any **one** question : $2 \times 1 = 2$ 

(i) If  $2A^T + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$  and  $2B^T + A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,

find the value of matrix A.

(ii) If  $\begin{vmatrix} -5 & 5 & 10 \\ 5 & -5 & x \\ 0 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 0$ , find  $x$ .

(c) Answer any **three** questions : $2 \times 3 = 6$ 

(i) If  $f(x) = -f(-x)$ , show that  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

(ii) If  $f'(a)$  exists finitely, then show that  $f(x)$  is continuous at  $x = a$ .





- (iii) If  $x = t$ ,  $y = t^2$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .
- (iv) Find the area of the triangle formed by  $y = 4x$ ,  $x$ -axis and  $x = 4$ . (using Calculus)
- (v) Using Calculus, find the maximum value of  $3\sin x + 4$ .  
( $0 < x < \pi$ )
- (vi) Define Rolle's theorem.

(d) Answer any **one** question :  $2 \times 1 = 2$

- (i) If  $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ , find the area of the parallelogram whose adjacent sides are  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ .
- (ii) Find the acute angle between the lines whose direction ratios are 2, 1, - 2 and 3, - 4, 5.

(e) Answer any **one** question :  $2 \times 1 = 2$

- (i)  $A$  and  $B$  are two independent events. Prove that  $P(A \cup B) = 1 - P(A^C) \cdot P(B^C)$ .
- (ii) "The mean of a binomial distribution is 4 and the standard deviation is 3." State why the statement cannot be true.

3. (a) Answer any **one** question :

(i) Let  $A = R - \{3\}$ ,  $B = R - \{1\}$ . Prove that the function

$f : A \rightarrow B$  defined by  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  is one-one and onto. ( $f$  is bijective)

(ii) If  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ , then show that

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$

(b) Answer the following questions :

(i) If  $A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ , find  $(A + I_3)(A - I_3)$ .

**OR**

If  $3A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , then show that  $A$  is an

orthogonal matrix. Hence find  $A^{-1}$ .

(ii) Prove that  $\begin{vmatrix} 2a & a-b-c & 2a \\ 2b & 2b & b-c-a \\ c-a-b & 2c & 2c \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$ .

**OR**

If  $a \neq p$ ,  $b \neq q$ ,  $c \neq r$  and  $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$ , find the

value of  $\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$ .

(c) Answer the following questions :

4 x 3 = 12

(i) If  $f(x) = 2 - x$  for  $x \leq 0$

$$= 2 + 2x \text{ for } x > 0,$$

show that  $f(x)$  is continuous at  $x = 0$  but  $f'(0)$  does not exist.

**OR**

If  $y = \log\left(\tan\frac{x}{2}\right)$ , then show that

$$\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \cos x \frac{dy}{dx} = 0.$$

(ii) Evaluate  $\int \sin(\log x) dx$ .

**OR**

Evaluate  $\int (\sqrt{\cot x} - \sqrt{\tan x}) dx$ .

(iii) Solve  $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$ , given  $x = 1$ , when  $y = -1$ .

**OR**

Solve the differential equation

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0, \text{ given } y = 1, \text{ when } x = 1.$$

(d) Answer any **one** question :

$$4 \times 1 = 4$$

(i) If the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  are such that  $\vec{a} + \lambda \vec{b}$  and  $\vec{c}$  are perpendicular to each other, find the value of  $\lambda$ .

(ii) Show that  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \{(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a})\} = 2\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ .

(e) Answer any **one** question :

$$4 \times 1 = 4$$

(i) Show that  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ .

(ii) Evaluate  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1^2}{n^3 + 1^3} + \frac{2^2}{n^3 + 2^3} + \dots + \frac{1}{2n} \right]$ .

(f) Answer any **one** question :

$4 \times 1 = 4$

- (i) If the sum of mean and variance of a binomial distribution for 5 trials is 1.8, find the distribution.
- (ii) A is targeting B whereas B and C are targeting A. The probabilities of hitting the target by A, B, C are respectively  $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ . If A is hit, then find the probability that B hits A and C misses the target.

4. (a) Answer any **one** question :

$5 \times 1 = 5$

- (i) A diet for a sick person must contain at least 4000 units of vitamins, 50 units of minerals and 1400 calories. Two foods A and B are available at a cost of Rs. 4 and Rs. 3 per unit of respectively. If one unit of A contains 200 units vitamins, 1 unit of mineral and 40 calories and one unit of food B contains 100 units of vitamins, 2 units of minerals and 40 calories, formulate an L.P.P. so as to minimize the cost.

- (ii) Solve the following linear programming problem graphically : ( **Graph sheet is not required** )

$$\text{Maximize } Z = 4x + 3y$$

$$\text{subject to } x + y \leq 50$$

$$x + 2y \leq 80$$

$$2x + y \geq 20$$

$$\text{and } x \geq 0, y \geq 0.$$

- (b) Answer any **two** questions : 5 × 2 = 10

- (i) Using Calculus, find the conditions that  $y = mx + c$  be a tangent of  $x^2 + y^2 = a^2$ . Hence show that two tangents can be drawn from an outside point to the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ . 3 + 2

- (ii) Solve  $(x^2 + y^2)dx - 2xy dy = 0$ ,

$$\text{given } y = 0, \text{ when } x = 1.$$

- (iii) Using Calculus, find perpendicular distance from  $(0, 0)$  on  $3x + 4y + 5 = 0$ .

- (iv) Evaluate  $\int_0^2 (3x^2 + 2x)dx$  as a limit of sum.

(c) Answer any **one** question :

5 × 1 = 5

- (i) Find the equation of a straight line which passes through the point ( 1, 2, 3 ) and perpendicular to both of the lines  $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$  and  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{5}$ .
- (ii) Find the equation of the plane passes through the point ( -1, -1, 2 ) and perpendicular to the planes  $3x + 2y - 3z = 1$  and  $5x - 4y + z = 5$ .

=====

