SET–A

Roll No. [ ]

Total No. of Printed Pages—16

607 R
(Regular)

M

(Science / Arts)

(For Students registered in 2021)

2 0 2 3 (A)

MATHEMATICS

SCIENCE / ARTS

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the right-hand margin indicate marks

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ସୂଚାଉଛି

Answer the questions as per directions given in each

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ସମସ୍ତ ଉତ୍ତର ଦିଅ

Electronic gadgets are not allowed in the Examination Hall

ପରୀକ୍ଷା ହଲ୍‌ରେ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ ଯନ୍ତ୍ରର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ ଅଟେ

https://www.odishaboard.com

GROUP—A

କ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 10)

(ନମ୍ବର : 10)

1. Answer *all* questions : $1 \times 10 = 10$

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If R is an equivalence relation on A, then link the domain of R and the range of R.

ଯଦି R, A ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ସମତୁଲ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ ହୁଏ, ତେବେ R ର ପରିସର ଓ ବିସ୍ତୃତି ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ଲେଖ।

(b) Write the value of $\cos^{-1}\cos(3\pi/2)$.

$\cos^{-1}\cos(3\pi/2)$ର ମାନ ଲେଖ।

(c) Write the number of entries in a square matrix of order 4.

ଗୋଟିଏ 4 ଅର୍ଡର ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।

(d) Write the value of

$$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 22 & 390 & 22 \\ 1 & 208 & 0 \end{vmatrix}$$

$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 22 & 390 & 22 \\ 1 & 208 & 0 \end{vmatrix}$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

https://www.odishaboard.com

(e) A random variable X has the probability distribution as given below :

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0·1	k	0·3	$2k$	0·2

Then write the value of k.

ନିମ୍ନରେ ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛ ଚଳ X ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବଣ୍ଟନ ଦିଆଯାଇଛି :

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0·1	k	0·3	$2k$	0·2

k ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(f) Write the function $f(x)$, where $f'(x) = f(x)$.

$f(x)$ ଫଳନଟି ଲେଖ, ଯେଉଁଠାରେ $f'(x) = f(x)$.

(g) Write the set of values of x for which the function $f(x) = \sin x - x$ is increasing.

x ମୂଲ୍ୟର ଯେଉଁ ସେଟ୍ ପାଇଁ ଫଳନ $f(x) = \sin x - x$ ବର୍ଦ୍ଧିଷ୍ଣୁ, ତାହା ଲେଖ।

https://www.odishaboard.com

(h) If $\int_1^2 f(x)\,dx = 7$, then write the value of $\int_1^2 f(\phi(x))\,d(\phi(x))$.

ଯଦି $\int_1^2 f(x)\,dx = 7$, ତେବେ $\int_1^2 f(\phi(x))\,d(\phi(x))$ ର ମାନ ଲେଖ।

(i) Write the degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + (dy/dx)}$.

$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + (dy/dx)}$ ଅବକଳ ସମୀକରଣର ଘାତ ଲେଖ।

(j) Write the equation of the plane meeting the coordinate axes in A, B and C in order, given that (a, b, c) is the centroid of the triangle ABC.

ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଅକ୍ଷଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ। ଯଦି (a, b, c) ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଭରକେନ୍ଦ୍ର ହୁଏ, ତେବେ ସମତଳର ସମୀକରଣ ଲେଖ।

https://www.odishaboard.com

GROUP—B

ଖ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 60)

(ନମ୍ବର : 60)

2. Answer any *three* questions : 4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^5$, then find $g \circ f$ and $f \circ g$.

ଯଦି $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^5$, ତେବେ $g \circ f$ ଏବଂ $f \circ g$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(b) Show that the relation $R = \{(m, n) : \frac{m}{n}$ is a power of 5$\}$ on the set $Z - \{0\}$ is an equivalence relation.

ସେଟ୍ $Z - \{0\}$ ଉପରିସ୍ଥ $R = \{(m, n) : \frac{m}{n}$ 5ର ଘାତ ଅଟେ $\}$ ସମ୍ବନ୍ଧଟି ଏକ ସମତୁଲ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ, ଦର୍ଶାଅ।

(c) Show that

ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$\sin^{-1}\frac{4}{5} + 2\tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$$

https://www.odishaboard.com

(d) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}x = \frac{\pi}{2}$$

(e) Solve the following LPP graphically :

ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 20x + 40y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + y \le 1$$
$$6x + 2y \le 3$$
$$x, y \ge 0$$

3. Answer any *three* questions : 4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, then (ତେବେ) find x and y (x ଏବଂ y ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର).

(b) Find the inverse of the following matrix :

ନିମ୍ନଲିଖିତ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ବିଲୋମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

https://www.odishaboard.com

(c) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = abc(a-b)(b-c)(c-a)$$

(d) If $P(A) = 0.6$ and $P(B \mid A) = 0.5$, then find $P(A \cup B)$, when A and B are independent.

ଯଦି $P(A) = 0.6$, $P(B \mid A) = 0.5$, $P(A \cup B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେତେବେଳେ A ଏବଂ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର।

(e) A person takes 4 tests in succession. The probability of his passing the first test is p, that of his passing each succeeding test is p or $p/2$, depending on his passing or failing the preceding test. Find the probability of his passing just three tests.

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ 4ଟି ପରୀକ୍ଷା ଦିଅନ୍ତି। ପ୍ରଥମ ପରୀକ୍ଷା ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା p ଅଟେ, ତା' ପରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରୀକ୍ଷା ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପୂର୍ବ ପରୀକ୍ଷାର ପାସ୍ କିମ୍ବା ଫେଲ୍ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି p କିମ୍ବା $p/2$ ହୁଏ। ମାତ୍ର 3ଟି ପରୀକ୍ଷା ପାସ୍ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. Answer any *three* questions : 4 × 3 = 12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $y = x^{x^x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

ଯଦି $y = x^{x^x}$, ତେବେ $\frac{dy}{dx}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(b) If $x = a\sin\theta$ and $y = b\cos\theta$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

ଯଦି $x = a\sin\theta$ ଓ $y = b\cos\theta$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Test the continuity and differentiability of the following function at $x = 0$:

ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ଫଳନର $x = 0$ ଠାରେ ଅବିଚ୍ଛିନ୍ନତା ଓ ଅବକଳନୀୟତା ପରୀକ୍ଷା କର :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{-x}}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

https://www.odishaboard.com

(d) Find the equation of the normal to the curve $y = (\log x)^2$ at $x = \frac{1}{e}$.

ବକ୍ର $y = (\log x)^2$ ପ୍ରତି $x = \frac{1}{e}$ ଠାରେ ଲମ୍ବର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(e) Find two numbers x and y, whose sum is 15 such that xy^2 is maximum.

ଯୋଗଫଳ 15 ହେଉଥିବାଭଳି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା x ଓ y ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି xy^2 ସର୍ବାଧିକ ହେବ।

5. Answer any three questions : $4 \times 3 = 12$

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int \frac{\sin x}{\sin (x + \alpha)} dx$$

(b) Evaluate

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int x^2 \tan^{-1} x \, dx$$

https://www.odishaboard.com

(c) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x^3$ and the double ordinate through (2, 0).

$y^2 = x^3$ ବକ୍ର ଓ (2, 0) ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଦ୍ୱିକ କୋଟି ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(d) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$x \log x \frac{dy}{dx} + y = \log x$$

(e) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$\frac{dy}{dx} = e^{3x + 4y}$$

6. Answer any *three* questions : $4 \times 3 = 12$

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Prove that two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular iff $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\vec{a}$ ଓ $\vec{b}$ ଦିଶାଙ୍କଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ ଯଦି ଓ କେବଳ ଯଦି $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$.

https://www.odishaboard.com

(b) Find the value of λ so that the three vectors $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + \hat{j} + \lambda\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ are coplanar.

$\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + \hat{j} + \lambda\hat{k}$ ଓ $\lambda\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ ଦିଗାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସମତଳୀୟ ହେବାପାଇଁ λ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Show that

ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

(d) Prove that the measure of the angle between two main diagonals of a cube is $\cos^{-1}\frac{1}{3}$. https://www.odishaboard.com

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏକ ଘନର ଦୁଇ ପ୍ରଧାନ କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କୋଣର ମାପ $\cos^{-1}\frac{1}{3}$ ଅଟେ।

(e) Find the point where the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ meets the plane $2x + y + z = 2$.

$\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ ରେଖାଟି କେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ $2x + y + z = 2$ ସମତଳକୁ ଛେଦ କରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

https://www.odishaboard.com

Group—C

ଗ - ବିଭାଗ

(*Marks* : 30)

(ନମ୍ବର : 30)

7. Answer any *one* question :

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z = \pi$, show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$$

(b) Let f be a real function. Show that $h(x) = f(x) + f(-x)$ is always an even function and $g(x) = f(x) - f(-x)$ is always an odd function. Also express $e^x + \sin x$ as the sum of an even function and an odd function.

ମନେକର f ଏକ ବାସ୍ତବ ଫଳନ, $h(x) = f(x) + f(-x)$ ସର୍ବଦା ଏକ ସମ-ଫଳନ ଓ $g(x) = f(x) - f(-x)$ ସର୍ବଦା ଏକ ବିଷମ ଫଳନ ବୋଲି ଦର୍ଶାଅ। $e^x + \sin x$ କୁ ଏକ ସମ ଓ ଏକ ବିଷମ ଫଳନର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ଦର୍ଶାଅ।

https://www.odishaboard.com

(c) Solve the following LPP by graphical method :

ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Minimize (ଲଘିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = x + 3y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + 2y \geq 2$$
$$3x + y \geq 3$$
$$4x + 3y \geq 6$$
$$x, y \geq 0$$

8. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି **ଗୋଟିଏ** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $A + B + C = \pi$, prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ)

$$\begin{vmatrix} \sin^2 A & \cot A & 1 \\ \sin^2 B & \cot B & 1 \\ \sin^2 C & \cot C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

https://www.odishaboard.com

(b) Solve the following equations by matrix method :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକର ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କର :

$$x + 2y - 3z = 4$$
$$2x + 4y - 5z = 12$$
$$3x - y + z = 3$$

(c) Four cards are drawn successively from a well-shuffled pack of 52 cards with replacement after each draw. Find the probability that—

(i) all four cards are spades;

(ii) only three cards are spades;

(iii) none is a spade.

ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଏକ 52 ପତା ବିଶିଷ୍ଟ ତାସମୁଠାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟଣା ପରେ ସଂସ୍ଥାପନ ସହିତ 4ଟି ପତା ଟଣାଗଲା। ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ସମସ୍ତ 4ଟି କଳାପାନ ଅଟେ;

(ii) କେବଳ 3ଟି କଳାପାନ ଅଟେ;

(iii) କୌଣସିଟି କଳାପାନ ନୁହେଁ।

https://www.odishaboard.com

9. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find (ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) $\frac{dy}{dx}$, if (ଯଦି)

$$x^m y^n = \left(\frac{x}{y}\right)^{m+n}.$$

(b) Find the points on the curve $y = x^2 + 1$, which are nearest to the point (0, 2).

ବକ୍ର $y = x^2 + 1$ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନ, ଯେଉଁମାନେ (0, 2) ବିନ୍ଦୁର ଅତି ନିକଟସ୍ଥ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

10. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int \frac{x+5}{x^2+6x+13}\,dx$$

(b) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = 2ax$.

$x^2 + y^2 = 2ax$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

https://www.odishaboard.com

(c) Solve

ସମାଧାନ କର :

$$(2x + y + 1)dx + (4x + 2y - 1)dy = 0$$

11. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Show that

ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$[\vec{a}+\vec{b}\ \ \vec{b}+\vec{c}\ \ \vec{c}+\vec{a}] = 2[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$$

(b) Find the equation of the line through the point (1, 2, 3) and parallel to the line $x - y + 2z - 5 = 0 = 3x + y + z - 6$.

(1, 2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଓ $x - y + 2z - 5 = 0 = 3x + y + z - 6$ ରେଖା ସହିତ ସମାନ୍ତର ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

* * *

https://www.odishaboard.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.odishaboard.com