PREVIEW QUESTION BANK(Dual)

Module Name : MATHEMATICAL SCIENCES - 704
Exam Date : 25-Jul-2024   Batch : 15:00-18:00

Sr. No.	Client Question ID	Question Body and Alternatives	Marks	Negative Marks

Objective Question

1 704001

The diagrams show the distribution of trees in two forest patches A and B. Each patch is divided into smaller "quadrats". The number of trees in each quadrat is shown. Which one of the following statements about the means (μ) and standard deviations (σ) of the numbers of trees in the two patches is true?

Forest Patch *A*

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Forest Patch *B*

2	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	7	0
0	10	0	0	0
0	0	0	0	6

1. $\mu(A) = \mu(B), \sigma(A) = \sigma(B)$
2. $\mu(A) > \mu(B), \sigma(A) > \sigma(B)$
3. $\mu(A) = \mu(B), \sigma(A) < \sigma(B)$
4. $\mu(A) < \mu(B), \sigma(A) < \sigma(B)$

दिए गए चित्र में जंगल के हिस्सों A और B में वृक्षों के वितरण दर्शाते हैं। प्रत्येक हिस्सा छोटे चतुर्भुजों (क्वाडरेट) में विभक्त किया गया है। प्रत्येक चतुर्भुज में वृक्षों की संख्या को दर्शाया गया है। दिए गए कथनों में से कौन सा कथन दो हिस्सों में वृक्षों की संख्या के माध्य (μ) और मानक विचलन (σ) विषयक सत्य है?

Forest Patch *A*

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Forest Patch *B*

2	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	7	0
0	10	0	0	0
0	0	0	0	6

1. $\mu(A) = \mu(B), \sigma(A) = \sigma(B)$
2. $\mu(A) > \mu(B), \sigma(A) > \sigma(B)$
3. $\mu(A) = \mu(B), \sigma(A) < \sigma(B)$
4. $\mu(A) < \mu(B), \sigma(A) < \sigma(B)$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

2 704002

Among finches males and females have one of the three colours – Red, Blue or Yellow – on their head. During the mating season, males and females pair up randomly. For a large population of finches with 50% red, 30% blue and 20% yellow coloured individuals among both males and females, what is the expected number of pairings between red males and yellow females if the total number of pairs formed is 10000?

1. 2500
2. 1500
3. 1000
4. 600

नर व मादा फिंचों के सिर तीन रंगों लाल, नीला या पीला, में से किसी एक रंग के होते हैं। संगम ऋतु में नर व मादा यादृच्छिक रूप से जोड़े बनाते हैं। फिंचों की विशाल जनसंख्या में नरों व मादाओं दोनों में 50% लाल, 30% नीले और 20% पीले रंग के सिरों वाले फिंच हैं । यदि इस जनसंख्या में जोड़ों की कुल संख्या 10000 हो तो लाल सिर के नरों और पीली सिर की मादाओं के बीच बनने वाले जोड़ों की अपेक्षित संख्या कितनी है?

1. 2500
2. 1500
3. 1000
4. 600

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

3 704003

The length of bristlemouth fish is uniformly distributed between 2 and 4 inches. If a fisherman randomly catches 5 bristlemouth fishes, what is the probability that at least one of them will be 3 inches or longer?

1. 0.03125
2. 0.15625
3. 0.84375
4. 0.96875

ब्रिस्टलमाउथ मछली की लंबाई 2 और 4 इंच के बीच एक समान रूप से वितरित है। यदि कोई मछुआरा यादृच्छिक रूप से 5 ब्रिस्टलमाउथ मछलियों को पकड़ता है तो इनमें कम से कम किसी एक के 3 इंच या उससे लंबे होने की प्रायिकता कितनी है?

1. 0.03125
2. 0.15625
3. 0.84375
4. 0.96875

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

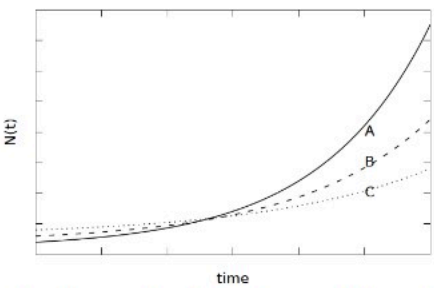
Objective Question

4 704004

The graph shows the growth curves for three independent populations (A, B, and C). The growth model for each of these populations is

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{rt}$$

where $N(t)$ is the population at time t, N_0 is the initial population and r is the per capita growth rate.



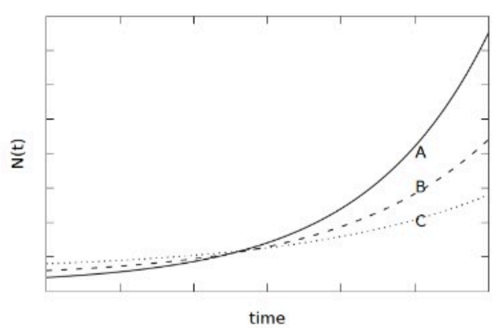
If r_A, r_B, r_C are the intrinsic growth rates of populations A, B, and C respectively, which of these statements is true?

1. $r_A = r_B = r_C$
2. $r_A > r_B = r_C$
3. $r_A = r_B > r_C$
4. $r_A > r_B > r_C$

दिया गया ग्राफ तीन स्वतंत्र जनसंख्याओं (A, B, और C) की वृद्धि वक्रों को दर्शाता है। हर जनसंख्या की वृद्धि का प्रतिरूप सूत्र

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{rt}$$

है, जहां t समय पर जनसंख्या $N(t)$ है, N_0 आरंभिक जनसंख्या है और r प्रति व्यक्ति वृद्धि दर है।



यदि जनसंख्याओं A, B और C की अंर्तभूत वृद्धि दरें क्रमश: r_A, r_B, r_C हैं, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा सत्य है?

1. $r_A = r_B = r_C$
2. $r_A > r_B = r_C$
3. $r_A = r_B > r_C$
4. $r_A > r_B > r_C$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

5	704005	

An experiment consists of tossing four fair coins independently. The outcome of the experiment is considered favourable, if the number of heads is greater than the number of tails. The probability of a favourable outcome from a single experiment is

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{3}{16}$
3. $\frac{5}{16}$
4. $\frac{3}{4}$

एक प्रयोग में चार निष्पक्ष सिक्कों को स्वतंत्र रूप से उछालना निहित है। यदि चित की संख्या पट की संख्या से अधिक हो तो प्रयोग के परिणाम को अनुकूल माना जाता है। एक प्रयोग से अनुकूल परिणाम की प्रायिकता है

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{3}{16}$
3. $\frac{5}{16}$
4. $\frac{3}{4}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

6	704006	

An athlete running on a track falls short of the finish line by 10 m when she runs at a constant speed for a given time. If she increases her speed by 20%, she overshoots by 20 m in the same time. What is the length of the track?

1. 134 m
2. 156 m
3. 160 m
4. 164 m

दिए हुए समय में पथ पर एक स्थिर गति से दौड़ते हुए एक धाविका समापन रेखा से 10 m पीछे रह जाती है। यदि वह अपनी गति को 20% बढ़ा देती है, तब वह उसी समय में समापन रेखा के 20 m पार चली जाती है। पथ की लंबाई कितनी है?

1. 134 m
2. 156 m
3. 160 m
4. 164 m

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

7 704007

What would be the minimum number of notes for Rs 4849 if notes are available only in denominations of Rs 2, 5, 20, 50, 500?

1. 19
2. 20
3. 21
4. 22

यदि मूल्यवर्ग Rs 2, 5, 20, 50, 500 में ही नोट उपलब्ध हों तो Rs 4849 के लिए नोटों की न्यूनतम संख्या कितनी होगी?

1. 19
2. 20
3. 21
4. 22

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

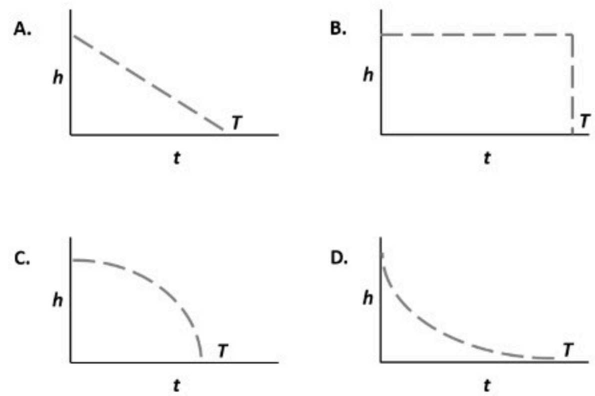
A4 : 4

4

Objective Question

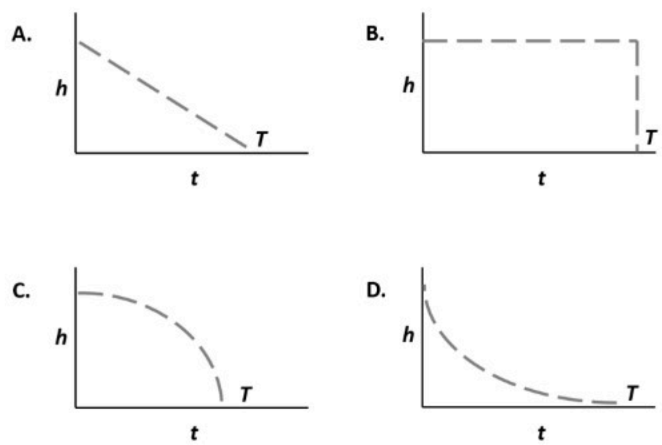
8 704008

A cylindrical container has a tiny hole at the bottom. The container is initially filled to its brim with water. If T is the time taken for it to be completely emptied, the graph of height of the water column as a function of time is closest to



1. A
2. B
3. C
4. D

एक बेलनाकार पात्र के पैंदे में एक छोटा छिद्र है। आरंभ में पात्र पानी से पूरा भरा है। इसे पूरा खाली होने में लगने वाला समय T है तो समय के फलन के रूप में पानी के स्तंभ की ऊँचाई का ग्राफ नीचे दिये गये में से किसके निकटतम है



1. A
2. B
3. C
4. D

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

9 704009

In a district, every second teacher who teaches chemistry also teaches physics and every third teacher who teaches physics also teaches chemistry. The ratio of teachers who only teach chemistry to those who only teach physics is

1. 3:2
2. 1:2
3. 2:3
4. 2:1

एक जिले में, रसायन विज्ञान पढ़ाने वाला हर दूसरा अध्यापक भौतिक विज्ञान भी पढ़ाता है और भौतिक विज्ञान पढ़ाने वाला हर तीसरा अध्यापक रसायन विज्ञान भी पढ़ाता है। केवल रसायन विज्ञान पढ़ाने वाले अध्यापकों का केवल भौतिक विज्ञान पढ़ाने वाले अध्यापकों से अनुपात है

1. 3:2
2. 1:2
3. 2:3
4. 2:1

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

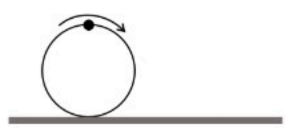
A4 : 4

4

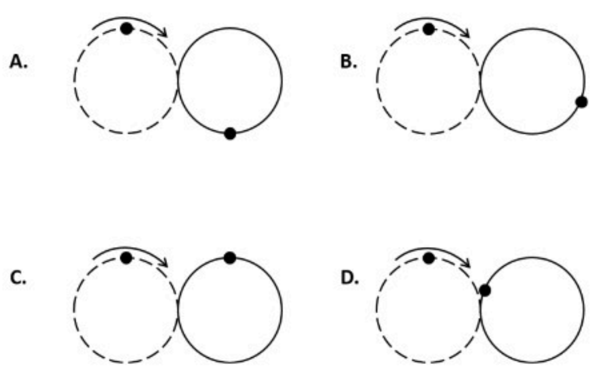
Objective Question

10 704010

A ring is rolling along a straight track as shown. The topmost point of the ring is marked.

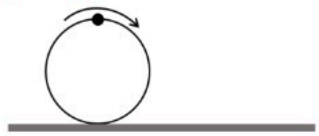


Which of the diagrams shows a possible position of the ring at a later time, relative to the original position (shown by dashed circle)?

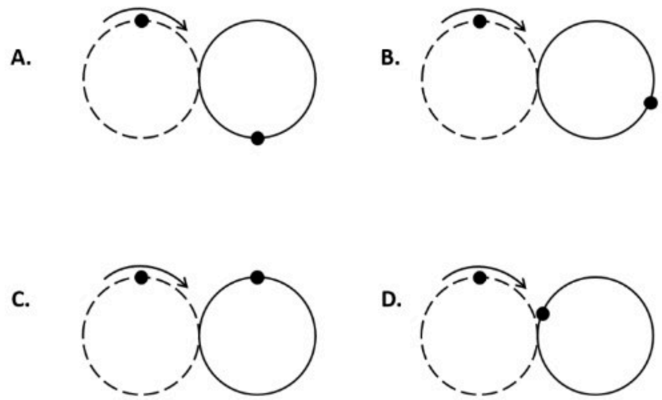


1. A
2. B
3. C
4. D

एक वलय एक सीधे पथ पर दर्शाये अनुसार लुढ़क रहा है। वलय का उच्चतम बिंदु अंकित है।



किसी समय के पश्चात् दिए चित्रों में कौन सा चित्र मूल स्थिति (जो कि टूटे वृत से दिखाई गयी है) के सापेक्ष वलय की नई स्थिति को दर्शाता है?



1. A
2. B
3. C
4. D

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

11 704011

On a one-way road, to demarcate 4 lanes, line segments of 3.5 m length are painted with gaps of 3.5 m along the length of the road. What is the total length of the painted lines (in m) over a 350 m stretch of the road?

1. 300
2. 400
3. 525
4. 700

किसी एक-तरफा सड़क पर 4 गलियों (लेन) को सीमांकित करने के लिए 3.5 m के अंतरालों पर 3.5 m लम्बे रेखा खंड सड़क की लंबाईवत पेंट किए जाते हैं। सड़क के 350 m के टुकड़े पर, पेंट किए गए रेखा खंडों की कुल लंबाई (m में) कितनी है?

1. 300
2. 400
3. 525
4. 700

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

12 704012

Choose the best alternative:
CURRY is to SPICE as _______ is to COLOUR.

1. CANVAS
2. PAINTING
3. BRUSH
4. BRIGHTNESS

रिक्त स्थान के लिए सर्वश्रेष्ठ विकल्प चुनें:

सालन (या शोरबा) के लिए मसाले वही है जो _______ के लिए रंग है।

1. चित्रफलक (कैनवास)
2. चित्रकृति
3. ब्रुश
4. चमक

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

13 704013

Out of a class of 100 students who can speak at least one of English or Hindi, 41 students can speak English. 21 students can speak both English and Hindi. How many students can speak Hindi?

1. 58
2. 80
3. 59
4. 38

सौ विद्यार्थियों की कक्षा जिसके विद्यार्थी अंग्रेजी या हिन्दी में से कोई एक भाषा आवश्यकत: बोल सकते हैं, में अंग्रेजी बोल सकने वाले 41 विद्यार्थी हैं। 21 विद्यार्थी दोनों अंग्रेजी और हिन्दी बोल सकते हैं। कितने विद्यार्थी हिंदी बोल सकते हैं?

1. 58
2. 80
3. 59
4. 38

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

14 704014

By selling two items at the same price, a person gains 20% on one item and loses 20% on the other. Then over all

1. he neither loses nor gains.
2. he loses 5%.
3. he loses 4%.
4. he gains 4%.

किसी व्यक्ति को दो वस्तुओं को एक ही मूल्य पर बेचने से पहली वस्तु पर 20% लाभ होता है और दूसरी पर 20% हानि होती है। तब समग्र रूप से उसे

1. न हानि होती है, न ही लाभ।
2. 5% हानि होती है।
3. 4% हानि होती है।
4. 4% लाभ होता है।

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

15 704015

A group of 540 persons is to be seated row wise such that the number of persons in each row is 4 less than in the previous row. Which of the following number of rows is not possible?

1. 5
2. 6
3. 8
4. 9

एक समूह जिसमें 540 व्यक्ति हैं उन्हें पंक्तिवार इस प्रकार बैठाया जाना है कि प्रत्येक पंक्ति में पूर्व की पंक्ति से 4 लोग कम हों। निम्नलिखित संख्याओं में से ऐसी पंक्तियों की कौन सी संख्या संभव नहीं है?

1. 5
2. 6
3. 8
4. 9

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

16	704016	

In a class of 30 students, those with roll numbers 1 to 20 secure an average of 72% marks, while those with roll numbers 11 to 30 secure an average of 75% marks. If the average marks of the entire class are 70%, what is the average marks of roll numbers 11 to 20 (in percent)?

1. 68
2. 74
3. 78
4. 84

30 विद्यार्थियों की किसी कक्षा में वे विद्यार्थी जिनके रोल नंबर **1** से **20** हैं उनके औसत अंक 72% हैं, जबकि वे विद्यार्थी जिनके रोल नंबर **11** से **30** हैं उनके औसत अंक 75% हैं। यदि पूरी कक्षा के औसत अंक 70% हैं तो रोल नंबर **11** से **20** के विद्यार्थियों के औसत अंक कितने प्रतिशत हैं?

1. 68
2. 74
3. 78
4. 84

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

17	704017	

The son was born when his mother was 28 years old. The father is older to the mother by 4 years. If the current ages of the father and mother are in the ratio 9:8, what is the current age (in years) of the son?

1. 2
2. 3
3. 4
4. 5

पुत्र के जन्म के समय उसकी मां की आयु 28 वर्ष थी। पिता मां से 4 वर्ष बड़ा है। यदि पिता और मां की वर्तमान आयु का अनुपात 9:8 है, तो पुत्र की वर्तमान आयु (वर्षों में) कितनी है?

1. 2
2. 3
3. 4
4. 5

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

18 704018

In a class, among the boys **B** is taller than 10 boys, but shorter than 13 others. Among girls, **G** is taller than 6 girls, but shorter than 8 others. Two boys and three girls are shorter than **B,** but taller than **G**. If no two persons have the same height, then in the entire class, **B** is

1. taller than 21, but shorter than 18 others
2. taller than 20, but shorter than 18 others
3. taller than 20, but shorter than 19 others
4. taller than 19, but shorter than 19 others

एक कक्षा में, लड़कों में B, 10 लड़कों से लंबा है, किंतु अन्य 13 से ठिगना है। लड़कियों में G, 6 लड़कियों से लंबी है, किन्तु अन्य 8 से ठिगनी है। दो लड़के और तीन लड़कियां B से ठिगने हैं, किंतु G से लंबे हैं। यह मानते हुए कि किन्ही दो व्यक्तियों की लंबाई समान नहीं है, पूरी कक्षा में B

1. 21 व्यक्तियों से लंबा है, किंतु अन्य 18 से ठिगना है।
2. 20 व्यक्तियों से लंबा है, किन्तु अन्य 18 से ठिगना है।
3. 20 व्यक्तियों से लंबा है, किंतु अन्य 19 से ठिगना है।
4. 19 व्यक्तियों से लंबा है, किंतु अन्य 19 से ठिगना है।

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

19 704019

The hypotenuse of a **right** triangle, whose sides are integers, is 17 cm. Its area in sq.cm is

1. not calculable due to insufficient data
2. 60
3. 68
4. 225

एक समकोण त्रिभुज, जिसकी भुजाएं पूर्णांक संख्याएं हैं, का कर्ण 17 cm है। इसका वर्ग सें.मी. में क्षेत्रफल

1. अपर्याप्त डाटा के कारण अगणनीय है।
2. 60 है।
3. 68 है।
4. 225 है।

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

20 704020

Rajesh went to Sunil's house situated 1km North-East of his house. From there, he went to Arjun's house that is situated 707 m South of Sunil's house. What is the distance between Rajesh's current location and his house (to the nearest metre)?

1. 800 m
2. 600 m
3. 707 m
4. 1000 m

राजेश अपने घर से 1कि.मी. उत्तर-पूर्व स्थित सुनील के घर गया। वहां से वह अर्जुन के घर गया जो सुनील के घर से दक्षिण में 707 मी. की दूरी पर स्थित है। राजेश की वर्तमान स्थिति से उसके घर की दूरी (मी. में निकटतम) कितनी है ?

1. 800 m
2. 600 m
3. 707 m
4. 1000 m

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

21 704021

Consider the set $A = \{x \in \mathbb{Q} : 0 < (\sqrt{2}-1)\, x < \sqrt{2}+1\}$ as a subset of $\mathbb{R}$. Which of the following stateme is true?

1. $\sup A = 2 + 2\sqrt{3}$
2. $\sup A = 3 + 2\sqrt{2}$
3. $\inf A = 2 + 2\sqrt{3}$
4. $\inf A = 3 + 2\sqrt{2}$

$\mathbb{R}$ के समुच्चय $A = \{x \in \mathbb{Q} : 0 < (\sqrt{2}-1)\, x < \sqrt{2}+1\}$ को लें। निम्न में से कौन सा वक्तव्य सत्य है?

1. $\sup A = 2 + 2\sqrt{3}$
2. $\sup A = 3 + 2\sqrt{2}$
3. $\inf A = 2 + 2\sqrt{3}$
4. $\inf A = 3 + 2\sqrt{2}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

22 704022

Let $S=\left\{x\in\mathbb{R}: x>1 \text{ and } \frac{1-x^4}{1-x^3}>22\right\}$. Which of the following is true about S?

1. S is empty.
2. There is a bijection between S and $\mathbb{N}$
3. There is a bijection between S and $\mathbb{R}$
4. There is a bijection between S and a non-empty finite set

मान लें कि $S=\left\{x\in\mathbb{R}: x>1 \text{ and } \frac{1-x^4}{1-x^3}>22\right\}$ है। S के बारे में निम्न में से क्या सत्य है?

1. S रिक्त है
2. S और $\mathbb{N}$ के बीच एक एकैकी आच्छादन है
3. S और $\mathbb{R}$ के बीच एक एकैकी आच्छादन है
4. S और एक अरिक्त परिमित समुच्चय के बीच एक एकैकी आच्छादन है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

23 704023

Let C be the collection of all sets S such that the power set of S is countably infinite. Which of the follow statements is true?

1. There exists a non-empty finite set in C
2. There exists a countably infinite set in C
3. There exists an uncountable set in C
4. C is empty

मानें कि C ऐसे सभी समुच्चयों S का संग्रह है जिनका घात-समुच्चय गणनीयत: अनंत है। निम्न में से कौन सा वक्तव्य सत्य है?

1. C में एक अरिक्त परिमित समुच्चय निहित है
2. C में एक गणनीयत: अनंत समुच्चय निहित है
3. C में एक अगणनीय समुच्चय निहित है
4. C रिक्त है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

24 704024

Let $(a_n)_{n\geq 1}$ be a bounded sequence in $\mathbb{R}$. Which of the following statements is FALSE?

1. if $\liminf_{n\to\infty} a_n = \limsup_{n\to\infty} a_n$, then (a_n) is convergent
2. if $\inf\{a_n | n \geq 1\} = \limsup_{n\to\infty} a_n$, then (a_n) is convergent
3. if $\sup\{a_n | n \geq 1\} = \liminf_{n\to\infty} a_n$, then (a_n) is constant
4. if $\sup\{a_n | n \geq 1\} = \inf\{a_n | n \geq 1\}$, then (a_n) is constant

$\mathbb{R}$ का एक परिबद्ध अनुक्रम $(a_n)_{n\geq 1}$ लीजिए। निम्न वक्तव्यों में से कौन सा **असत्य** है?

1. यदि $\liminf_{n\to\infty} a_n = \limsup_{n\to\infty} a_n$ हो, तो (a_n) अभिसारी है
2. यदि $\inf\{a_n | n \geq 1\} = \limsup_{n\to\infty} a_n$ हो, तो (a_n) अभिसारी है
3. यदि $\sup\{a_n | n \geq 1\} = \liminf_{n\to\infty} a_n$ हो, तो (a_n) अचर है
4. यदि $\sup\{a_n | n \geq 1\} = \inf\{a_n | n \geq 1\}$ हो, तो (a_n) अचर है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

25 704025

What is the cardinality of the set of real solutions of $e^x + x = 1$?

1. 0
2. 1
3. Countably infinite
4. Uncountable

$e^x + x = 1$ के वास्तविक हलों के समुच्चय की प्रमुखता (cardinality) क्या है?

1. 0
2. 1
3. गणनीयत: अनंत
4. अगणनीय

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

26 704026

For each $n \geq 1$ define $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ by

$$f_n(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}}, \; x \in \mathbb{R}$$

where $\sqrt{}$ denotes the non-negative square root. Wherever $\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ exists, denote it by $f(x)$. Which of following statements is true?

1. There exists $x \in \mathbb{R}$ such that $f(x)$ is not defined
2. $f(x) = 0$ for all $x \in \mathbb{R}$
3. $f(x) = x$ for all $x \in \mathbb{R}$
4. $f(x) = |x|$ for all $x \in \mathbb{R}$

प्रत्येक $n \geq 1$ के लिए $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ को निम्न से परिभाषित करें

$$f_n(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}}, \; x \in \mathbb{R}$$

जहाँ $\sqrt{}$ अऋणात्मक वर्गमूल को इंगित करता है। जहाँ पर भी $\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ अस्तित्व में हो, इसे $f(x)$ द्वारा निरूपित करें। निम्न वक्तव्यों
कौनसा सत्य है?

1. ऐसा $x \in \mathbb{R}$ है जिसके लिए $f(x)$ परिभाषित नहीं है
2. सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) = 0$ है
3. सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) = x$ है
4. सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) = |x|$ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

27 704027

Let $A : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ be a non-zero linear transformation. Which of the following statements is true?

1. If A is one-to-one but not onto, then $m > n$
2. If A is onto but not one-to-one, then $m < n$
3. If A is bijective, then $m = n$
4. If A is one-to-one, then $m = n$

एक शून्येतर रैखिक रूपांतरण $A : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ लीजिए। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

1. यदि A एकैकी है लेकिन आच्छादक नहीं है, तब $m > n$
2. यदि A आच्छादक है लेकिन एकैकी नहीं है, तब $m < n$
3. यदि A एकैकी आच्छादक है, तब $m = n$
4. यदि A एकैकी है, तब $m = n$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

28 704028

Let A be a 10×10 real matrix. Assume that the rank of A is 7. Which of the following statements is necessa true?

1. There exists a vector $v \in \mathbb{R}^{10}$ such that $Av \neq 0$ and $A^2 v = 0$
2. There exists a vector $v \in \mathbb{R}^{10}$ such that $A^2 v \neq 0$
3. A must have a non-zero eigenvalue
4. $A^7 = 0$

एक 10×10 वास्तविक आव्यूह A लीजिए। यदि A की कोटि (rank) 7 हो, तो निम्न में से कौन सा कथन आवश्यकतः सत्य है?

1. ऐसे सदिश $v \in \mathbb{R}^{10}$ का अस्तित्व है जिसके लिए $Av \neq 0$ तथा $A^2 v = 0$ है
2. ऐसे सदिश $v \in \mathbb{R}^{10}$ का अस्तित्व है जिसके लिए $A^2 v \neq 0$ है
3. A का शून्येतर अभिलक्षणिक मान होना ही चाहिए
4. $A^7 = 0$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

29	704029

Let $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$ be a 2×2 real matrix for which 6 is an eigenvalue. Which of the following statements is necessa true?

1. $24 - ab = 4c$
2. $a + b = 8$
3. $c = 6$
4. $ab = 0$

एक 2×2 वास्तविक आव्यूह $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$ लीजिए जिसका एक अभिलक्षिणक मान 6 है। निम्न में से कौन सा कथन आवश्यकत: सत्य है?

1. $24 - ab = 4c$
2. $a + b = 8$
3. $c = 6$
4. $ab = 0$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

30	704030

Let V be the real vector space of 2×2 matrices with entries in $\mathbb{R}$. Let $T : V \to V$ denote the lin transformation defined by $T(B) = AB$ for all $B \in V$, where $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. What is the characteristic polynon of T?

1. $(x-2)(x-1)$
2. $x^2(x-2)(x-1)$
3. $(x-2)^2(x-1)^2$
4. $(x^2-2)(x^2-1)$

वास्तविक प्रविष्टियों वाले 2×2 आव्यूहों की सदिश समष्टि को V से निरुपित कीजिए। एक रैखिक रूपांतरण $T : V \to V$ को $T(B) =$ (प्रत्येक $B \in V$ के लिए) के द्वारा परिभाषित कीजिए, जबकि $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ है। T का अभिलक्षणिक बहुपद क्या है?

1. $(x-2)(x-1)$
2. $x^2(x-2)(x-1)$
3. $(x-2)^2(x-1)^2$
4. $(x^2-2)(x^2-1)$

A1 : 1
1
A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

31 704031

Let $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, and consider the symmetric bilinear form on $\mathbb{R}^4$ given by $\langle v, w \rangle = v^t A w$, for $v, w \in$

Which of the following statements is true?

1. A is invertible
2. There exist non-zero vectors v, w such that $\langle v, w \rangle = 0$
3. $\langle u, v \rangle \neq \langle u, w \rangle$ for all non-zero vectors u, v, w with $v \neq w$
4. Every eigenvalue of A^2 is positive

आव्यूह $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, के लिए $\mathbb{R}^4$ पर $\langle v, w \rangle = v^t A w$ (सभी $v, w \in \mathbb{R}^4$ के लिए) द्वारा परिभाषित सममित द्विरैखिक समघात

विचार करें। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

1. A व्युत्क्रमणीय है
2. ऐसे शून्येतर सदिश v, w अस्तित्व में हैं जिनके लिए $\langle v, w \rangle = 0$ है
3. सभी शून्येतर सदिशों u, v, w जिनके लिए $v \neq w$ है, $\langle u, v \rangle \neq \langle u, w \rangle$ होगा
4. A^2 के सभी अभिलक्षणिक मान धनात्मक हैं

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

32 704032

For a quadratic form $f(x, y, z) \in \mathbb{R}[x, y, z]$, we say that $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ is a zero of f if $f(a, b, c) = 0$. Which of following quadratic forms has at least one zero different from $(0, 0, 0)$?

1. $x^2 + 2y^2 + 3z^2$
2. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy$
3. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy - 2yz$
4. $x^2 + 2y^2 - 3z^2$

द्विघाती समघात $f(x,y,z) \in \mathbb{R}[x,y,z]$ के लिए, यदि $f(a,b,c)=0$ हो तो हम कहते हैं कि f का शून्य $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ है। निम्न में से
से द्विघाती समघात का $(0,0,0)$ के अलावा कम से कम एक शून्य है?

1. $x^2+2y^2+3z^2$
2. $x^2+2y^2+3z^2-2xy$
3. $x^2+2y^2+3z^2-2xy-2yz$
4. $x^2+2y^2-3z^2$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

33 704033

Let f be an entire function. Which of the following statements is FALSE?

1. If $Re(f), Im(f)$ are bounded then f is constant
2. If $e^{|Re(f)|+|Im(f)|}$ is bounded, then f is constant
3. If the sum $Re(f)+Im(f)$ and the product $Re(f)Im(f)$ are bounded, then f is constant
4. If $\sin(Re(f)+Im(f))$ is bounded, then f is constant

मानें कि f कोई सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है। निम्न वक्तव्यों में से कौन सा **असत्य** है?

1. यदि $Re(f), Im(f)$ परिबद्ध हैं, तब f अचर है
2. यदि $e^{|Re(f)|+|Im(f)|}$ परिबद्ध है, तब f अचर है
3. यदि योग $Re(f)+Im(f)$ तथा गुणनफल $Re(f)Im(f)$ परिबद्ध हैं, तब f अचर है
4. यदि $\sin(Re(f)+Im(f))$ परिबद्ध है, तब f अचर है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

34 704034

Consider the contour γ given by

$$\gamma(\theta)=\begin{cases} e^{2i\theta} & \text{for } \theta\in[0,\pi/2] \\ 1+2e^{2i\theta} & \text{for } \theta\in[\pi/2,3\pi/2] \\ e^{2i\theta} & \text{for } \theta\in[3\pi/2,2\pi] \end{cases}$$

Then what is the value of $\int_\gamma \frac{dz}{z(z-2)}$?

1. 0
2. πi
3. $-\pi i$
4. $2\pi i$

निम्न परिरेखा γ पर विचार करें

$$\gamma(\theta)=\begin{cases} e^{2i\theta} & \text{यदि } \theta\in[0,\pi/2] \\ 1+2e^{2i\theta} & \text{यदि } \theta\in[\pi/2,3\pi/2] \\ e^{2i\theta} & \text{यदि } \theta\in[3\pi/2,2\pi] \end{cases}$$

तब $\int_\gamma \frac{dz}{z(z-2)}$ का मान क्या है?

1. 0
2. πi
3. $-\pi i$
4. $2\pi i$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

35	704035

Let a, b be two real numbers such that $a < 0 < b$. For a positive real number r, define $\gamma_r(t) = re^{it}$ (wh $t \in [0, 2\pi]$) and $I_r = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_r} \frac{z^2+1}{(z-a)(z-b)}dz$. Which of the following statements is necessarily true?

1. $I_r \neq 0$ if $r > \max\{|a|, b\}$
2. $I_r \neq 0$ if $r < \max\{|a|, b\}$
3. $I_r = 0$ if $r > \max\{|a|, b\}$ and $|a| = b$
4. $I_r = 0$ if $|a| < r < b$

मानें कि a, b ऐसी वास्तविक संख्यायें हैं कि $a < 0 < b$ है। किसी धनात्मक वास्तविक संख्या r के लिए $\gamma_r(t) = re^{it}$ (जहाँ $t \in [0, 2\pi$
तथा $I_r = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_r} \frac{z^2+1}{(z-a)(z-b)}dz$ से परिभाषित किया जाता है। निम्न वक्तव्यों में से कौनसा आवश्यकतः सत्य है?

1. $I_r \neq 0$ यदि $r > \max\{|a|, b\}$
2. $I_r \neq 0$ यदि $r < \max\{|a|, b\}$
3. $I_r = 0$ यदि $r > \max\{|a|, b\}$ व $|a| = b$
4. $I_r = 0$ यदि $|a| < r < b$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

36	704036

For a complex number a such that $0 < |a| < 1$, which of the following statements is true?

1. If $|z| < 1$, then $|1 - \bar{a}z| < |z - a|$
2. If $|z - a| = |1 - \bar{a}z|$, then $|z| = 1$
3. If $|z| = 1$, then $|z - a| < |1 - \bar{a}z|$
4. If $|1 - \bar{a}z| < |z - a|$, then $|z| < 1$

ऐसी सम्मिश्र संख्या a, जिसके लिए $0 < |a| < 1$ हो, निम्न वक्तव्यों में से कौन सा सत्य है?

1. यदि $|z| < 1$, तब $|1 - \bar{a}z| < |z - a|$
2. यदि $|z - a| = |1 - \bar{a}z|$, तब $|z| = 1$
3. यदि $|z| = 1$, तब $|z - a| < |1 - \bar{a}z|$
4. यदि $|1 - \bar{a}z| < |z - a|$, तब $|z| < 1$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

37	704037

How many arrangements of the digits of the number 1234567 are there, such that exactly three of them oc
in their original position. (E.g., in the arrangement 5214763, exactly the digits 2,4 and 6 are in their origi
positions. In the arrangement 1243576, exactly the digits 1, 2 and 5 are in their original positions.)

1. 525
2. 35
3. 840
4. 315

संख्या 1234567 के अंकों के ऐसे विन्यासों की संख्या क्या है जिनमें यथायथ तीन अंक अपनी मूल स्थिति में रहते हैं? (जैसे कि विन्यास 5214
में अंक 2,4 तथा 6 यथायथ अपनी मूल स्थितियों में हैं। विन्यास 1243576 में अंक 1, 2 तथा 5 यथायथ अपनी मूल स्थितियों में हैं।)

1. 525
2. 35
3. 840
4. 315

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

38	704038	The number of group homomorphisms from $\mathbb{Z}/150\mathbb{Z}$ to $\mathbb{Z}/90\mathbb{Z}$ is

1. 30
2. 60
3. 45
4. 10

$\mathbb{Z}/150\mathbb{Z}$ से $\mathbb{Z}/90\mathbb{Z}$ समूह-समाकारिताओं की संख्या हैं

1. 30
2. 60
3. 45
4. 10

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

39 704039

Consider the ring

$$R = \Big\{ \sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n \Big| a_n \in \mathbb{Z};\ \text{and } a_n \neq 0 \text{ only for finitely many } n \in \mathbb{Z} \Big\}$$

where addition and multiplication are given by

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n + \sum_{n\in\mathbb{Z}} b_n X^n = \sum_{n\in\mathbb{Z}} (a_n + b_n) X^n$$

$$\left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n\right)\left(\sum_{m\in\mathbb{Z}} b_m X^m\right) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\sum_{n+m=k} a_n b_m\right) X^k$$

Which of the following statements is true?

1. R is not commutative
2. The ideal $(X-1)$ is a maximal ideal in R
3. The ideal $(X-1, 2)$ is a prime ideal in R
4. The ideal $(X, 5)$ is a maximal ideal in R

निम्न वलय पर विचार करें

$$R = \Big\{ \sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n \Big| a_n \in \mathbb{Z};\ \text{एवं ऐसे } n \in \mathbb{Z} \text{ जिनके लिए } a_n \neq 0 \text{ है, की संख्या परिमित है} \Big\}$$

जहां योग तथा फलन निम्न द्वारा दिए गए हैं

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n + \sum_{n\in\mathbb{Z}} b_n X^n = \sum_{n\in\mathbb{Z}} (a_n + b_n) X^n$$

$$\left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n X^n\right)\left(\sum_{m\in\mathbb{Z}} b_m X^m\right) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\sum_{n+m=k} a_n b_m\right) X^k$$

निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

1. वलय R क्रमविनिमेय नहीं है
2. गुणजावली $(X-1)$ वलय R में उच्चिष्ठ गुणजावली है
3. गुणजावली $(X-1, 2)$ वलय R में प्रधान गुणजावली है
4. गुणजावली $(X, 5)$ वलय R में उच्चिष्ठ गुणजावली है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

40 704040

Let S be a dense subset of $\mathbb{R}$ and $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a given function. Define $g : S \to \mathbb{R}$ by $g(x) = f(x)$. Which of following statements is necessarily true?

1. If f is continuous on the set S, then f is continuous on the set $\mathbb{R} \setminus S$
2. If g is continuous, then f is continuous on the set S
3. If g is identically 0 and f is continuous on the set $\mathbb{R} \setminus S$, then f is identically 0
4. If g is identically 0 and f is continuous on the set S, then f is identically 0

मानें कि S समुच्चय $\mathbb{R}$ का सघन उपसमुच्चय है एवं $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एक फलन है। $g : S \to \mathbb{R}$ को $g(x) = f(x)$ से परिभाषित करें। निम्न कौन सा कथन आवश्यकत: सत्य है?

1. यदि f समुच्चय S पर सतत है, तब f समुच्चय $\mathbb{R} \setminus S$ पर सतत होगा
2. यदि g सतत है, तब f समुच्चय S पर सतत होगा
3. यदि g सर्वथासमानत: 0 है तथा f समुच्चय $\mathbb{R} \setminus S$ पर सतत है, तब f सर्वथासमानत: 0 होगा
4. यदि g सर्वथासमानत: 0 है तथा f समुच्चय S पर सतत है, तब f सर्वथासमानत: 0 होगा

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

41 704041

Consider the initial value problem (IVP)

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{|y(x) + \epsilon|}, & x \in \mathbb{R}, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

Consider the following statements:

S1: There is an $\epsilon > 0$ such that for all $y_0 \in \mathbb{R}$, the IVP has more than one solution.
S2: There is a $y_0 \in \mathbb{R}$ such that for all $\epsilon > 0$, the IVP has more than one solution.

Then

1. both S_1 and S_2 are true
2. S_1 is true but S_2 is false
3. S_1 is false but S_2 is true
4. both S_1 and S_2 are false

निम्न प्रारंभिक मान समस्या (IVP) पर विचार करें

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{|y(x)+\epsilon|}, \quad x \in \mathbb{R}, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

निम्न वक्तव्यों पर विचार करें:

S1: एक ऐसा $\epsilon > 0$ है कि सभी $y_0 \in \mathbb{R}$ के लिए IVP का एक से अधिक हल हैं।
S2: एक ऐसा $y_0 \in \mathbb{R}$ है कि सभी $\epsilon > 0$ के लिए IVP का एक से अधिक हल हैं।

तब

1. S_1 तथा S_2 दोनों सत्य हैं
2. S_1 सत्य है लेकिन S_2 असत्य है
3. S_1 असत्य है लेकिन S_2 सत्य है
4. S_1 तथा S_2 दोनों असत्य हैं

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

42 704042

Let φ denote the solution to the boundary value problem (BVP)

$$\begin{cases} (xy')' - 2y' + \dfrac{y}{x} = 1, \qquad 1 < x < e^4 \\ y(1) = 0, \quad y(e^4) = 4e^4. \end{cases}$$

Then the value of $\varphi(e)$ is

1. $-\dfrac{e}{2}$
2. $-\dfrac{e}{3}$
3. $\dfrac{e}{3}$
4. e

मानें कि φ निम्न परिसीमा मान समस्या (BVP) का हल है

$$\begin{cases} (xy')' - 2y' + \dfrac{y}{x} = 1, & 1 < x < e^4 \\ y(1) = 0, \quad y(e^4) = 4e^4. \end{cases}$$

तब $\varphi(e)$ का मान है

1. $-\dfrac{e}{2}$
2. $-\dfrac{e}{3}$
3. $\dfrac{e}{3}$
4. e

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

43 704043

Let $u = u(x,t)$ be the solution of the following initial value problem

$$\begin{cases} u_t + 2024u_x = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = u_0(x), & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

where $u_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is an arbitrary C^1 function. Consider the following statements:

$\mathbf{S}_1$: If $A_t := \{x \in \mathbb{R} : u(x,t) < 1\}$ and $|A_t|$ denotes the Lebesgue measure of A_t for every $t \geq 0$, then $|A_t| = |$
$\forall t > 0$.

$\mathbf{S}_2$: If u_0 is Lebesgue integrable, then for every $t > 0$, the function $x \mapsto u(x,t)$ is Lebesgue integrable.

Then

1. both $\mathbf{S}_1$ and $\mathbf{S}_2$ are true
2. $\mathbf{S}_1$ is true but $\mathbf{S}_2$ is false
3. $\mathbf{S}_2$ is true but $\mathbf{S}_1$ is false
4. both $\mathbf{S}_1$ and $\mathbf{S}_2$ are false

मानें कि $u = u(x,t)$ निम्न प्रारंभिक मान समस्या का हल है

$$\begin{cases} u_t + 2024u_x = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = u_0(x), & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

जहाँ $u_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ स्वेच्छ C^1 फलन है। निम्न कथनों पर विचार करें:

$\mathbf{S}_1$: यदि $A_t := \{x \in \mathbb{R} : u(x,t) < 1\}$ है तथा प्रत्येक $t \geq 0$ के लिए $|A_t|$ द्वारा A_t का लेबेग माप निर्दिष्ट होता है, तब $\forall t > 0$ के $|A_t| = |A_0|$ है।
$\mathbf{S}_2$: यदि u_0 लेबेग समाकलनीय है, तब प्रत्येक $t > 0$ के लिए फलन $x \mapsto u(x,t)$ लेबेग समाकलनीय है।

तब

1. $\mathbf{S}_1$ तथा $\mathbf{S}_2$ दोनों सत्य हैं।
2. $\mathbf{S}_1$ सत्य है लेकिन $\mathbf{S}_2$ असत्य है।
3. $\mathbf{S}_2$ सत्य है लेकिन $\mathbf{S}_1$ असत्य है।
4. $\mathbf{S}_1$ तथा $\mathbf{S}_2$ दोनों असत्य हैं।

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

44	704044	If $u = u(x,t)$ is the solution of the initial value problem

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = \sin(4x) + x + 1, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

satisfying $|u(x,t)| < 3e^{x^2}$ for all $x \in \mathbb{R}$ and $t > 0$, then

1. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) + u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right) = 2$
2. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) = u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right)$
3. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) + 2u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right) = 2$
4. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) = -u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right)$

मानें कि $u = u(x,t)$ निम्न प्रारंभिक मान समस्या

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = \sin(4x) + x + 1, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

का हल है जो सभी $x \in \mathbb{R}$ व $t > 0$ के लिए $|u(x,t)| < 3e^{x^2}$ को संतुष्ट करता है, तब

1. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) + u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right) = 2$
2. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) = u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right)$
3. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) + 2u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right) = 2$
4. $u\left(\frac{\pi}{8}, 1\right) = -u\left(-\frac{\pi}{8}, 1\right)$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

45 704045

If the value of the approximate solution of the initial value problem

$$\begin{cases} y'(x) = x(y(x) + 1), & x \in \mathbb{R} \\ y(0) = \beta \end{cases}$$

at $x = 0.2$ using the forward Euler method with step size 0.1 is 1.02, then the value of β is

1. 0
2. -1
3. 2
4. 1

मानें कि प्रारंभिक मान समस्या

$$\begin{cases} y'(x) = x(y(x) + 1), & x \in \mathbb{R} \\ y(0) = \beta \end{cases}$$

का चरण-आकार 0.1 के साथ अग्र ऑयलर विधि का उपयोग करते हुए सन्निकट हल का $x = 0.2$ पर मान 1.02 है, तब β का मान निम्न

1. 0
2. -1
3. 2
4. 1

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

46 704046

Let $B(0,1)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 | x^2+y^2<1\}$ be the open unit disc in $\mathbb{R}^2$, $\partial B(0,1)$ denote the boundary of $B(0,1)$, a
ν denote unit outward normal to $\partial B(0,1)$. Let $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ be a given continuous function. The Euler-Lagra
equation of the minimization problem

$$\min\left\{\frac{1}{2}\iint_{B(0,1)}|\nabla u|^2 dxdy+\frac{1}{2}\iint_{B(0,1)}e^{u^2}dxdy+\int_{\partial B(0,1)}fuds\right\}$$

subject to $u\in C^1(\overline{B(0,1)})$ is

1. $\begin{cases}\Delta u=-ue^{u^2} & \text{in } B(0,1)\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}=f & \text{on } \partial B(0,1)\end{cases}$

2. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2}+f & \text{in } B(0,1)\\ u=0 & \text{on } \partial B(0,1)\end{cases}$

3. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2} & \text{in } B(0,1)\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}=-f & \text{on } \partial B(0,1)\end{cases}$

4. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2} & \text{in } B(0,1)\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}+u=f & \text{on } \partial B(0,1)\end{cases}$

$\mathbb{R}^2$ में $B(0,1)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 | x^2+y^2<1\}$ विवृत एकक चक्रिका को लें। $\partial B(0,1)$ से $B(0,1)$ की परिसीमा को निर्दिष्ट करें, तथा
$\partial B(0,1)$ पर एकक बहिर्मुखी अभिलंब को निर्दिष्ट करें। मानें कि $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ सतत फलन दिया गया है। तब $u\in C^1(\overline{B(0,1)})$ के अ
न्यूनतमीकरण समस्या

$$\min\left\{\frac{1}{2}\iint_{B(0,1)}|\nabla u|^2 dxdy+\frac{1}{2}\iint_{B(0,1)}e^{u^2}dxdy+\int_{\partial B(0,1)}fuds\right\}$$

का ऑयलर-लग्रांज निम्न होगा

1. $\begin{cases}\Delta u=-ue^{u^2} & B(0,1) \text{ में}\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}=f & \partial B(0,1) \text{ पर}\end{cases}$

2. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2}+f & B(0,1) \text{ में}\\ u=0 & \partial B(0,1) \text{ पर}\end{cases}$

3. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2} & B(0,1) \text{ में}\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}=-f & \partial B(0,1) \text{ पर}\end{cases}$

4. $\begin{cases}\Delta u=ue^{u^2} & B(0,1) \text{ में}\\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu}+u=f & \partial B(0,1) \text{ पर}\end{cases}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

47 704047

Let u be the solution of the Volterra integral equation

$$\int_0^t \left[\frac{1}{2} + \sin(t-\tau)\right] u(\tau)d\tau = \sin t.$$

Then the value of $u(1)$ is

1. 0
2. 1
3. 2
4. $2e^{-1}$

यदि u निम्न वोल्टेरा समाकल समीकरण का हल है

$$\int_0^t \left[\frac{1}{2} + \sin(t-\tau)\right] u(\tau)d\tau = \sin t.$$

तब $u(1)$ का मान है

1. 0
2. 1
3. 2
4. $2e^{-1}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

48 704048

Consider a solid circular cylinder of radius 2 meters and height 3 meters of uniform density. If the densit the cylinder is ρ kg/meter^3, then the moment of inertia (in kg meter^2) of the cylinder about a diameter of base is

1. $48\pi\rho$
2. $43\pi\rho$
3. $24\pi\rho$
4. $4\pi\rho$

एकसमान घनत्व वाले ऐसे ठोस वृत्तीय बेलन पर विचार करें जिसकी त्रिज्या 2 मीटर और ऊंचाई 3 मीटर है। यदि बेलन का घनत्व ρ kg/met
है, तब बेलन का उसके आधार के व्यास के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण (kg meter^2 में) होगा

1. $48\pi\rho$
2. $43\pi\rho$
3. $24\pi\rho$
4. $4\pi\rho$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

49	704049

Let A_1, A_2, A_3 be events satisfying $0 < P(A_i) < 1$ for $i = 1, 2, 3.$ Which of the following statements is true?

1. $P(A_1 \mid A_2)P(A_2 \mid A_3) \leq P(A_1 \mid A_3)$
2. $P(A_1 \mid A_2)P(A_3 \mid A_2) \geq P(A_1 \cap A_3 \mid A_2)$
3. $P(A_1 \mid A_2) + P(A_3 \mid A_2) \geq P(A_1 \cup A_3 \mid A_2)$
4. $P(A_1 \mid A_2) + P(A_2 \mid A_3) \leq P(A_1 \mid A_3)$

मानें कि A_1, A_2, A_3 ऐसी घटनायें हैं जो $i = 1, 2, 3$ के लिए प्रायिकता $0 < P(A_i) < 1$ को संतुष्ट करती हैं। निम्न में से कौन सा कथन
है?

1. $P(A_1 \mid A_2)P(A_2 \mid A_3) \leq P(A_1 \mid A_3)$
2. $P(A_1 \mid A_2)P(A_3 \mid A_2) \geq P(A_1 \cap A_3 \mid A_2)$
3. $P(A_1 \mid A_2) + P(A_3 \mid A_2) \geq P(A_1 \cup A_3 \mid A_2)$
4. $P(A_1 \mid A_2) + P(A_2 \mid A_3) \leq P(A_1 \mid A_3)$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

50	704050

Let X be a random variable with cumulative distribution function given by

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x < 0 \\ \frac{x+1}{3}, & \text{if } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

Then the value of $P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{3}{4}\right) + P(X = 0)$ is equal to

1. $\frac{7}{36}$
2. $\frac{11}{36}$
3. $\frac{13}{36}$
4. $\frac{17}{36}$

मानें कि X निम्न संचयी बंटन फलन वाला यादृच्छिक चर है

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{यदि } x < 0 \\ \frac{x+1}{3}, & \text{यदि } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{यदि } x \geq 1 \end{cases}$$

तब $P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{3}{4}\right) + P(X = 0)$ का मान निम्न के बराबर है

1. $\frac{7}{36}$
2. $\frac{11}{36}$
3. $\frac{13}{36}$
4. $\frac{17}{36}$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Objective Question

51 704051

Let $\{X_n \mid n \geq 0\}$ be a homogeneous Markov chain with state space $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ and transition probabi
matrix

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 1/2 & 1/8 & 1//8 \end{pmatrix} \end{array}$$

Let α denote the probability that starting with state 4 the chain will eventually get absorbed in closed cl
$\{0, 3\}$. Then the value of α is

1. $\frac{6}{21}$
2. $\frac{11}{21}$
3. $\frac{8}{21}$
4. $\frac{10}{21}$

मानें कि $\{X_n \mid n \geq 0\}$ अवस्था समष्टि $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ तथा निम्न संक्रमण प्रायिकता आव्यूह वाली संमागी मॉर्कोव श्रृंखला है

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 1/2 & 1/8 & 1//8 \end{pmatrix} \end{array}$$

अवस्था 4 से शुरू होकर श्रृंखला अंततः संवृत वर्ग $\{0, 3\}$ में अवशोषित हो जाए, इसकी प्रायिकता को α से निर्दिष्ट किया जाता है । तब α
मान निम्न है

1. $\frac{6}{21}$
2. $\frac{11}{21}$
3. $\frac{8}{21}$
4. $\frac{10}{21}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

52	704052	

Let a point P be chosen at random on the line segment AB of length α. Let Z_1 and Z_2 denote the length: line segments AP and BP respectively. Then the value of $E(|Z_1 - Z_2|)$ is

1. α
2. 2α
3. $\frac{\alpha}{2}$
4. $\frac{2\alpha}{3}$

लंबाई α के रेखा खंड AB पर बिन्दु P को यदृच्छया चुन लिया जाए। मानें कि Z_1 तथा Z_2 क्रमश: रेखा खंडों AP तथा PB की लंबाई नि करते हैं। तब $E(|Z_1 - Z_2|)$ का मान निम्न है

1. α
2. 2α
3. $\frac{\alpha}{2}$
4. $\frac{2\alpha}{3}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

53	704053

Consider a distribution with probability mass function

$$f(x \mid \theta) = \begin{cases} \frac{1-\theta}{2}, & \text{if } x = 0 \\ \frac{1}{2} & \text{if } x = 1 \\ \frac{\theta}{2} & \text{if } x = 2 \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where $\theta \in (0,1)$ is an unknown parameter. In a random sample of size 100 from the above distribution, observed counts of $0, 1$ and 2 are $20, 30$ and 50 respectively. Then, the maximum likelihood estimate of θ ba on the observed data is

1. 1
2. $5/7$
3. $1/2$
4. $2/7$

निम्न प्रायिकता द्रव्यमान फलन वाले बंटन पर विचार करें

$$f(x \mid \theta) = \begin{cases} \frac{1-\theta}{2} & \text{यदि } x = 0 \\ \frac{1}{2} & \text{यदि } x = 1 \\ \frac{\theta}{2} & \text{यदि } x = 2 \\ 0 & \text{अन्यथा,} \end{cases}$$

जहाँ θ एक अज्ञात प्राचल है। ऊपर दिए बंटन में आमाप 100 के यादृच्छिक प्रतिदर्श में $0, 1$ तथा 2 के पर्यवेक्षित गणन क्रमशः $20, 30$ व $5($
तब पर्यवेक्षित आंकड़ों के आधार पर θ का अधिकतम संभाविता आकलन (maximum likelihood estimate) है

1. 1
2. $5/7$
3. $1/2$
4. $2/7$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

54 704054

Let X_1, X_2 be a random sample from $N(0, \sigma^2)$ distribution, where $\sigma > 0$ and $N(\mu, \sigma^2)$ denotes a nor distribution with mean μ and variance σ^2. Suppose, for some constant c, $(c(X_1^2 + X_2^2), \infty)$ is a confide interval for variance σ^2 with confidence coefficient 0.95. Then the value of c is equal to

1. $-2\ln(0.05)$
2. $-2\ln(0.95)$
3. $-\dfrac{1}{2\ln(0.05)}$
4. $-\dfrac{1}{2\ln(0.95)}$

X_1, X_2 को $N(0, \sigma^2)$ बंटन में से यादृच्छिक प्रतिदर्श मानें, जहां $\sigma > 0$ है तथा $N(\mu, \sigma^2)$ द्वारा माध्य μ तथा प्रसरण σ^2 वाला प्रसामान्य इंगित होता है। मानें कि किसी अचर c के लिए $(c(X_1^2 + X_2^2), \infty)$, प्रसरण σ^2 का 0.95 विश्वस्यता गुणांक वाला, एक विश्वस्यता अंत है। तब c का मान निम्न के बराबर है

1. $-2\ln(0.05)$
2. $-2\ln(0.95)$
3. $-\dfrac{1}{2\ln(0.05)}$
4. $-\dfrac{1}{2\ln(0.95)}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

55	704055

Let X_1, X_2 be a random sample from a population having probability density function $f \in \{f_0, f_1\}$ where

$$f_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{if } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad \text{and} \quad f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{if } 0 \le x \le 4 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

For testing the null hypothesis $H_0 : f = f_0$ against the alternate hypothesis $H_1 : f = f_1$, the power of a m powerful test of size $\alpha = 0.05$ is equal to

1. 0.4625
2. 0.5425
3. 0.7625
4. 0.6225

मानें कि X_1, X_2 प्रायिकता घनत्व फलन $f \in \{f_0, f_1\}$ वाली जनसंख्या में से यादृच्छिक प्रतिदर्श है, जहाँ

$$f_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{यदि } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{अन्यथा ,} \end{cases} \quad \text{तथा} \quad f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{यदि } 0 \le x \le 4 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

वैकल्पिक परिकल्पना $H_1 : f = f_1$ के विरुद्ध निराकरणीय परिकल्पना $H_0 : f = f_0$ के परीक्षण हेतु आमाप $\alpha = 0.05$ वाले शक्ति परीक्षण की शक्ति निम्न के बराबर है

1. 0.4625
2. 0.5425
3. 0.7625
4. 0.6225

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

56	704056

Let $X_1, \ldots, X_{10}$ be a random sample from a distribution with the probability density function

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases},$$

where $\theta > 0$ is an unknown parameter. The prior distribution of θ is given by

$$\pi(\theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta}, & \text{if } \theta > 0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

The Bayes estimator of θ under squared error loss is

1. $\dfrac{12}{1 - \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}$
2. $\dfrac{11}{2 - \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}$
3. $\dfrac{3 + \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}{13}$
4. $\dfrac{2 + \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}{11}$

निम्न प्रायिकता घनत्व फलन वाले बंटन में से $X_1, \ldots, X_{10}$ यादृच्छिक प्रतिदर्श है

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \text{यदि } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases},$$

जहां $\theta > 0$ एक अज्ञात प्राचल है। θ का पूर्व बंटन निम्नवत् दिया जाता है

$$\pi(\theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta} & \text{यदि } \theta > 0 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}।$$

वर्गीकृत त्रुटि हानि (squared error loss) के अधीन θ का बेज़ आकलक है

1. $\dfrac{12}{1 - \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}$
2. $\dfrac{11}{2 - \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}$
3. $\dfrac{3 + \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}{13}$
4. $\dfrac{2 + \sum_{i=1}^{10} \ln X_i}{11}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

57 704057

An analyst considers standardized values of observations on three variables, consumption (C), saving (S) a total income (TI) so that they have zero means and unit variances. She further considers disposable inco (DI) where $DI = C + S$. In the simple linear regressions of DI on TI, DI on C and S on TI, the regress coefficients are 0.8, 0.5 and 0.4, respectively. There are 21 sample observations. Sample covariances a variances are calculated with divisor 20. Then, the value of sum of squared residuals in the regression of on S is

1. 5
2. 10
3. 15
4. 20

कोई विश्लेषिका तीन चरों उपभोग (C), बचत (S) तथा कुल आय (TI) के पर्यवेक्षणों के मानकीकृत मानों पर विचार करती है जिससे उनके माध्य शून्य तथा प्रसरण एकक हैं। फिर वह प्रयोज्य आय (DI) पर विचार करती है जहां $DI = C + S$ है। TI पर DI, C पर DI TI पर S के सरल रैखिक समाश्रयण में समाश्रयण गुणांक क्रमश: 0.8, 0.5 तथा 0.4 हैं। प्रतिदर्श के 21 पर्यवेक्षण हैं। प्रतिदर्श सहप्रस तथा प्रसरणों की गणना विभाजक 20 के साथ की जाती है। तब, S पर DI के समाश्रयण के वर्गीकृत अवशिष्टों (squared residuals योग का मान निम्न होगा

1. 5
2. 10
3. 15
4. 20

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

58 704058

Let $X_0, X_1, \ldots, X_p (p \geq 2)$ be independent and identically distributed random variables with mean 0 a variance 1. Suppose $Y_i = X_0 + X_i, i = 1, \ldots, p$. The first principal component based on the covariance ma of $\underline{Y} = (Y_1, \ldots, Y_p)^T$ is

1. $\frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
2. $\frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
3. $\sqrt{p} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
4. $\sum_{i=1}^{p} Y_i$

मानें कि $X_0, X_1, \ldots, X_p (p \geq 2)$ माध्य 0 तथा प्रसरण 1 वाले एक-समानतः बंटित स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं। मानें कि $Y_i = X_0 + X_i,$ $1, \ldots, p$ है। $\underline{Y} = (Y_1, \ldots, Y_p)^T$ के सहप्रसरण आव्यूह पर आधारित प्रथम मुख्य घटक (first principal component) है

1. $\frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
2. $\frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
3. $\sqrt{p} \sum_{i=1}^{p} Y_i$
4. $\sum_{i=1}^{p} Y_i$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

59 704059

The expected number of distinct units in a simple random sample of 3 units drawn with replacement fro population of 100 units is

1. $3 - \left(\frac{99}{100}\right)^3$
2. $100 - \frac{99^3}{100^2}$
3. $2 + \frac{99^2}{100^3}$
4. $3 - \left(\frac{99}{100}\right)^2$

100-इकाइयों की समष्टि से प्रतिस्थापन के साथ निकाली गई 3 इकाइयों के एक सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श में भिन्न इकाइयों की प्रत्या संख्या निम्न है

1. $3-\left(\frac{99}{100}\right)^3$
2. $100-\frac{99^3}{100^2}$
3. $2+\frac{99^2}{100^3}$
4. $3-\left(\frac{99}{100}\right)^2$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Objective Question

60 704060

Consider a petrol pump which has a single petrol dispensing unit. Customers arrive there in accordance w a Poisson process having rate $\lambda = 1$ minutes. An arriving customer enters the petrol pump only if there two or less customers in the petrol pump, otherwise he/she leaves the petrol pump without taking the pe (at any point of time a maximum of three customers are present in the petrol pump). Successive serv times of the petrol dispensing unit are independent exponential random variables having mean $\frac{1}{2}$ minu Let X denote the average number of customers in the petrol pump in the long run. Then $E(X)$ is equal t

1. $7/15$
2. $3/5$
3. $11/15$
4. $13/15$

एक पेट्रोल पंप में पेट्रोल देने वाली केवल एक इकाई है। मान लें कि ग्राहक पेट्रोल पंप पर प्वासों (Poisson) के नियम के अनुरूप $\lambda = 1$ f की दर से आते हैं। आने वाला ग्राहक पेट्रोल पंप में प्रवेश केवल तभी करता है यदि वहां दो या दो से कम ग्राहक पेट्रोल पंप में हैं, अन्यथा बिना पेट्रोल लिए पेट्रोल पंप छोड़ देता है (किसी भी समय अधिकतम तीन ग्राहक पेट्रोल पंप में उपस्थित रहते है)। पेट्रोल देने वाली मशीन पेट्रोल डालने की उत्तरोत्तर समय-अवधियाँ $\frac{1}{2}$ मिनट के माध्य के साथ स्वतंत्र चरघातांकी यादृच्छिक चर है। मानें कि पेट्रोल पंप के ग्राहको दीर्घकालिक औसत संख्या X है। तब $E(X)$ निम्न के बराबर है

1. $7/15$
2. $3/5$
3. $11/15$
4. $13/15$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

61 704061

Let $(a_n)_{n\geq 1}$ be a sequence of positive real numbers. Let

$$b_n = \frac{a_n}{\max\{a_1, \ldots, a_n\}}, n \geq 1$$

Which of the following statements are necessarily true?

1. If $\lim_{n\to\infty} b_n$ exists in $\mathbb{R}$, then $\{a_n : n \geq 1\}$ is bounded
2. If $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$, then $\lim_{n\to\infty} a_n$ exists in $\mathbb{R}$
3. If $\lim_{n\to\infty} b_n = \frac{1}{2}$, then $\lim_{n\to\infty} a_n$ exists in $\mathbb{R}$
4. If $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, then $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

मानें कि $(a_n)_{n\geq 1}$ धनात्मक वास्तविक संख्याओं का अनुक्रम है। मानें कि

$$b_n = \frac{a_n}{\max\{a_1, \ldots, a_n\}}, n \geq 1$$

1. यदि $\lim_{n\to\infty} b_n$ का अस्तित्व $\mathbb{R}$ में है, तब $\{a_n : n \geq 1\}$ परिबद्ध है
2. यदि $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$ हो, तब $\lim_{n\to\infty} a_n$ का अस्तित्व $\mathbb{R}$ में है
3. यदि $\lim_{n\to\infty} b_n = \frac{1}{2}$ हो, तब $\lim_{n\to\infty} a_n$ का अस्तित्व $\mathbb{R}$ में है
4. यदि $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ हो, तब $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

62 704062

Let $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ be a convergent series of real numbers. For $n \geq 1$ define

$$A_n = \begin{cases} a_n, & \text{if } a_n > 0 \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$B_n = \begin{cases} a_n, & \text{if } a_n < 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Which of the following statements are necessarily true?

1. $A_n \to 0$ and $B_n \to 0$ as $n \to \infty$
2. If $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ is absolutely convergent, then both $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ and $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ are absolutely convergent
3. Both $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ and $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ are convergent
4. If $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ is not absolutely convergent, then both $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ and $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ are divergent

मानें कि $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ वास्तविक संख्याओं की अभिसारी श्रेणी है। $n \geq 1$ के लिए, परिभाषित करें :

$$A_n = \begin{cases} a_n, & \text{यदि } a_n > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा;} \end{cases}$$

$$B_n = \begin{cases} a_n, & \text{यदि } a_n < 0 \\ 0, & \text{अन्यथा।} \end{cases}$$

निम्न में से कौन से कथन आवश्यकतः सत्य हैं?

1. $A_n \to 0$ तथा $B_n \to 0$, जब $n \to \infty$
2. यदि $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ निरपेक्षत: अभिसारी है, तब दोनों $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ तथा $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ निरपेक्षत: अभिसारी हैं
3. $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ तथा $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ दोनों अभिसारी हैं
4. यदि $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ निरपेक्षत: अभिसारी नहीं है, तब दोनों $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ तथा $\sum_{n=1}^{\infty} B_n$ अपसारी हैं

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

63 704063

Define $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ by $f(x) = x|x|$. Which of the following statements are true?

1. f is continuous on $\mathbb{R}$
2. f is differentiable on $\mathbb{R}$
3. f is differentiable only at 0
4. f is not differentiable at 0

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ को $f(x) = x|x|$ द्वारा परिभाषित करें। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $\mathbb{R}$ पर f सतत है
2. $\mathbb{R}$ पर f अवकलनीय है
3. f केवल 0 पर अवकलनीय है
4. 0 पर f अवकलनीय नहीं है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

64 704064

Let $(a_n)_{n\geq 1}$ be a bounded sequence of real numbers such that $\lim_{n\to\infty} a_n$ does not exist. Let

$$S = \{l \in \mathbb{R} : \text{ there exists a subsequence of } (a_n) \text{ converges to } l\}.$$

Which of the following statements are necessarily true?

1. S is the empty set
2. S has exactly one element
3. S has at least two elements
4. S has to be a finite set

मानें कि $(a_n)_{n\geq 1}$ वास्तविक संख्याओं का ऐसा परिबद्ध अनुक्रम है कि $\lim_{n\to\infty} a_n$ का अस्तित्व नहीं है। मानें कि

$$S = \{l \in \mathbb{R} : (a_n) \text{ का कोई उप-अनुक्रम } l \text{ पर अभिसरित होता है}\}$$

निम्न में से कौन आवश्यकतः सत्य हैं?

1. S रिक्त समुच्चय है
2. S में केवल एक अवयव है
3. S के कम से कम दो अवयव हैं
4. S परिमित समुच्चय होगा

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

65 704065

Let $f : [0, 1) \to [1, \infty)$ be defined by $f(x) = \frac{1}{1-x}$. For $n \geq 1$, let $p_n(x) = 1 + x + \cdots + x^n$. Then which of following statements are true?

1. $f(x)$ is not uniformly continuous on $[0, 1)$
2. The sequence $(p_n(x))$ converges to $f(x)$ pointwise on $[0, 1)$
3. The sequence $(p_n(x))$ converges to $f(x)$ uniformly on $[0, 1)$
4. The sequence $(p_n(x))$ converges to $f(x)$ uniformly on $[0, c]$ for every $0 < c < 1$

फलन $f : [0, 1) \to [1, \infty)$ को $f(x) = \frac{1}{1-x}$ द्वारा परिभाषित कीजिए। $n \geq 1$ के लिए मानें कि $p_n(x) = 1 + x + \cdots + x^n$, तब निम्न कौन से कथन सत्य हैं?

1. $[0, 1)$ पर $f(x)$ एक समानतः संतत नहीं है
2. अनुक्रम $(p_n(x))$ बिन्दुवार $[0, 1)$ पर $f(x)$ की ओर अभिसरित होता है
3. अनुक्रम $(p_n(x))$ एकसमानतः $[0, 1)$ पर $f(x)$ की ओर अभिसरित होता है
4. प्रत्येक $0 < c < 1$ के लिए, अनुक्रम $(p_n(x))$ एकसमानतः $[0, c]$ पर $f(x)$ की ओर अभिसरित होता है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

66	704066

Consider the improper integrals

$$I = \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{\sin x}} dx$$

and, for $a \geq 0$

$$I_a = \int_{a}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$$

1. The integral I is convergent
2. The integral I is not convergent
3. The integral I_a converges for $a = \frac{1}{2}$ but not for $a = 0$
4. The integral I_a converges for all $a \geq 0$

अनंत समाकलों

$$I = \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{\sin x}} dx$$

तथा $a \geq 0$ के लिए,

$$I_a = \int_{a}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$$

पर विचार करें। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. समाकल I अभिसारी है
2. समाकल I अभिसारी नहीं है
3. $a = \frac{1}{2}$ के लिए समाकल I_a अभिसरित होता है लेकिन $a = 0$ के लिए नहीं
4. सभी $a \geq 0$ के लिए समाकल I_a अभिसरित होता है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

67 704067

Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a continuous and one-to-one function. Which of the following statements are necessa true?

1. f is strictly increasing
2. f is strictly decreasing
3. f is either strictly increasing or strictly decreasing
4. f is onto

मानें कि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ सतत एवं एकैकी फलन है। निम्न में से कौन से कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. f दृढ़त: वर्धमान है
2. f दृढ़त: ह्रासमान है
3. f या तो दृढ़त: वर्धमान है या दृढ़त: ह्रासमान है
4. f आच्छादक है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

68 704068

Define $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ by

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\sqrt{x^2+y^2}}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

1. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ exists
2. $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ exists
3. f is not continuous at $(0,0)$
4. f is not differentiable at $(0,0)$

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ को

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\sqrt{x^2+y^2}}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित करें। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ अस्तित्व में है
2. $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ अस्तित्व में है
3. $(0,0)$ पर f सतत नहीं है
4. $(0,0)$ पर f अवकलनीय नहीं है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

69 704069

Let $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ be a differentiable function such that $(Df)(0,0)$ has rank 2. Write $f = (f_1, f_2, f_3)$. Whicł the following statements are necessarily true?

1. f is injective in a neighbourhood of $(0,0)$
2. There exists an open neighbourhood U of $(0,0)$ in $\mathbb{R}^2$ such that f_3 is a function of f_1 and f_2
3. f maps an open neighbourhood of $(0,0)$ in $\mathbb{R}^2$ onto an open subset of $\mathbb{R}^3$
4. $(0,0)$ is an isolated point of $f^{-1}(\{f(0,0)\})$

मानें कि $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ ऐसा अवकलनीय फलन है कि $(Df)(0,0)$ की कोटि (rank) 2 है। मानें कि $f = (f_1, f_2, f_3)$। निम्न में से कौ कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. $(0,0)$ के प्रतिवेश में f एकैकी है
2. $\mathbb{R}^2$ में $(0,0)$ के विवृत प्रतिवेश U का अस्तित्व इस प्रकार है कि f_3, फलनों f_1 तथा f_2 का फलन है
3. फलन f समुच्चय $\mathbb{R}^2$ में $(0,0)$ के विवृत प्रतिवेश को $\mathbb{R}^3$ के विवृत उपसमुच्चय पर आच्छादित करता है
4. $f^{-1}(\{f(0,0)\})$ का एक वियुक्त बिंदु $(0,0)$ है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

70 704070

Let $K \subseteq \mathbb{R}$ be non-empty and $f : K \to K$ be continuous such that

$$|x - y| \leq |f(x) - f(y)| \quad \forall x, y \in K.$$

Which of the following statements are true?

1. f need not be surjective
2. f must be surjective if $K = [0,1]$
3. f is injective and $f^{-1} : f(K) \to K$ is continuous
4. f is injective, but $f^{-1} : f(K) \to K$ need not be continuous

मानें कि $K \subseteq \mathbb{R}$ एक अरिक्त समुच्चय है और $f : K \to K$ ऐसा सतत फलन है कि

$$|x - y| \leq |f(x) - f(y)| \quad \forall x, y \in K.$$

निम्न में से कौन से कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. f को आच्छादी होना आवश्यक नहीं है
2. यदि $K = [0,1]$ हो तो f को आच्छादी होना ही चाहिए
3. f एकैकी है, तथा $f^{-1} : f(K) \to K$ सतत है
4. f एकैकी है, लेकिन $f^{-1} : f(K) \to K$ को सतत होने की आवश्कता नहीं है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

71 704071

Let V be the subspace spanned by the vectors

$$v_1 = (1,0,2,3,1), \quad v_2 = (0,0,1,3,5), \quad v_3 = (0,0,0,0,1)$$

in the real vector space $\mathbb{R}^5$. Which of the following vectors are in V?

1. $(1,1,1,1,1)$
2. $(0,0,1,2,4)$
3. $(1,0,1,0,1)$
4. $(1,0,1,0,2)$

वास्तविक सदिश समष्टि $\mathbb{R}^5$ में V को निम्न सदिशों की विस्तृति वाली उपसमष्टि मानें

$$v_1 = (1,0,2,3,1), \quad v_2 = (0,0,1,3,5), \quad v_3 = (0,0,0,0,1)$$

निम्न में से कौन से सदिश V में हैं?

1. $(1,1,1,1,1)$
2. $(0,0,1,2,4)$
3. $(1,0,1,0,1)$
4. $(1,0,1,0,2)$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

72 704072

Consider $\mathbb{R}$ and $\mathbb{Q}[x]$ as vector spaces over $\mathbb{Q}$. Which of the following statements are true?

1. There exists an injective $\mathbb{Q}$-linear transformation $T : \mathbb{R} \to \mathbb{Q}[x]$
2. There exists an injective $\mathbb{Q}$-linear transformation $T : \mathbb{Q}[x] \to \mathbb{R}$
3. The $\mathbb{Q}$-vector spaces $\mathbb{Q}[x]$ and $\mathbb{R}$ are isomorphic
4. There do not exist non-zero $\mathbb{Q}$-linear transformations $T : \mathbb{R} \to \mathbb{Q}[x]$

$\mathbb{R}$ तथा $\mathbb{Q}[x]$ को $\mathbb{Q}$ पर सदिश समष्टि मानें। निम्न वक्तव्यों मे से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

1. किसी एकैकी $\mathbb{Q}$- रैखिक रूपांतरण $T : \mathbb{R} \to \mathbb{Q}[x]$ का अस्तित्व है
2. किसी एकैकी $\mathbb{Q}$- रैखिक रूपांतरण $T : \mathbb{Q}[x] \to \mathbb{R}$ का अस्तित्व है
3. $\mathbb{Q}$-सदिश समष्टियाँ $\mathbb{Q}[x]$ तथा $\mathbb{R}$ तुल्याकारी है
4. शून्येतर $\mathbb{Q}$-रैखिक रूपांतरणों $T : \mathbb{R} \to \mathbb{Q}[x]$ का अस्तित्व नहीं है

A1 : 1
1
A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

73	704073

Let $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ be a linear map with four distinct eigenvalues and satisfying $T^4 - 15T^2 + 10T + 24I = 0$. Wh of the following statements are necessarily true?

1. There exists a non-zero vector $v_1 \in \mathbb{R}^4$ such that $Tv_1 = 2v_1$
2. There exists a non-zero vector $v_2 \in \mathbb{R}^4$ such that $Tv_2 = v_2$
3. For every non-zero vector $v \in \mathbb{R}^4$, the set $\{2v, 3Tv\}$ is linearly independent
4. T is a one-one function

मानें कि $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ चार भिन्न अभिलक्षणिक मानों वाला रैखिक प्रतिचित्र है तथा $T^4 - 15T^2 + 10T + 24I = 0$ को संतुष्ट करत निम्न में से कौन से कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. ऐसे शून्येतर सदिश $v_1 \in \mathbb{R}^4$ का अस्तित्व है कि $Tv_1 = 2v_1$
2. ऐसे शून्येतर सदिश $v_2 \in \mathbb{R}^4$ का अस्तित्व है कि $Tv_2 = v_2$
3. प्रत्येक शून्येतर सदिश $v \in \mathbb{R}^4$ के लिए, समुच्चय $\{2v, 3Tv\}$ रैखिकत: स्वतंत्र है
4. T एकैक फलन है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

74	704074

Let A be a 4×4 real matrix whose minimal polynomial is $x^2 + x + 1$ and let $B = A + I_4$. Which of the follow statements are necessarily true?

1. The minimal polynomial of B is $x^2 + x + 1$
2. The minimal polynomial of B is $x^2 - x + 1$
3. $B^3 = I_4$
4. $B^3 + I_4 = 0$

मानें कि A एक 4×4 वास्तविक आव्यूह है, जिसका अल्पिष्ठ बहुपद $x^2 + x + 1$ है। यदि $B = A + I_4$ हो तो निम्न में से कौन से व आवश्यकत: सत्य हैं?

1. B का अल्पिष्ठ बहुपद $x^2 + x + 1$ है
2. B का अल्पिष्ठ बहुपद $x^2 - x + 1$ है
3. $B^3 = I_4$
4. $B^3 + I_4 = 0$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

75 704075

Let $V\ (\neq \{0\})$ be a finite dimensional vector space over $\mathbb{R}$ and $T : V \to V$ be a linear operator. Suppose t the kernel of T equals the image of T. Which of the following statements are necessarily true?

1. The dimension of V is even
2. The trace of T is zero
3. The minimal polynomial of T cannot have two distinct roots
4. The minimal polynomial of T is equal to its characteristic polynomial

$\mathbb{R}$ पर एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V\ (\neq \{0\})$ लीजिए। एक रैखिक संकारक $T : V \to V$ लीजिए जिसकी अष्टि व प्रतिबिम्ब ब हैं। निम्न में से कौन से कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. V की विमा सम है
2. T का अनुरेख (trace) शून्य है
3. T के अल्पिष्ठ बहुपद के दो भिन्न मूल नहीं हो सकते हैं
4. T का अल्पिष्ठ बहुपद इसके अभिलक्षणिक बहुपद के बराबर है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

76 704076

Let $M_5(\mathbb{C})$ be the complex vector space of 5×5 matrices with entries in $\mathbb{C}$. Let V be a non-zero subspace $M_5(\mathbb{C})$ such that every non-zero $A \in V$ is invertible. Which among the following are possible values for dimension of V?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 5

5×5 सम्मिश्र आव्यूहों की समष्टि को $M_5(\mathbb{C})$ से निरूपित कीजिए व उसकी एक ऐसी शून्येतर सम्मिश्र सदिश उपसमष्टि V लीजिए कि प्रत
अशून्य $A \in V$ व्युत्क्रमणीय है। V की विमा के लिए निम्न में से कौन से संभावित मान हैं?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 5

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

77	704077	

Consider the real vector space $V = \mathbb{R}[x]$ equipped with an inner product. Let W be the subspace o consisting of polynomials of degree at most 2. Let $W^\perp$ denote the orthogonal complement of W in V. Wh of the following statements are true?

1. There exists a polynomial $p(x) \in W$ such that $x^4 - p(x) \in W^\perp$
2. $W^\perp = \{0\}$
3. W and $W^\perp$ have the same dimension over $\mathbb{R}$
4. $W^\perp$ is an infinite dimensional vector space over $\mathbb{R}$

आंतर गुणनफल से सुसज्जित वास्तविक सदिश समष्टि $V = \mathbb{R}[x]$ पर विचार करें। मानें कि W, समष्टि V की वह उपसमष्टि है जिसमें अ से अधिक कोटि (degree) 2 के बहुपद सन्निहित हैं। मानें कि $W^\perp$ के द्वारा V में W का लांबिक पूरक निर्दिष्ट किया जाता है। निम्न में से से कथन सत्य हैं?

1. किसी बहुपद $p(x) \in W$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $x^4 - p(x) \in W^\perp$
2. $W^\perp = \{0\}$
3. W तथा $W^\perp$ की $\mathbb{R}$ पर समान विमा है
4. $\mathbb{R}$ पर $W^\perp$ अपरिमित विमीय सदिश समष्टि है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

78	704078	

Let $q_1(x_1, x_2)$ and $q_2(y_1, y_2)$ be real quadratic forms such that there exist $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ such t $q_1(u_1, u_2) = 1 = q_2(v_1, v_2)$. Define $q(x_1, x_2, y_1, y_2) = q_1(x_1, x_2) - q_2(y_1, y_2)$. Which of the following statements necessarily true?

1. q is a quadratic form in x_1, x_2, y_1, y_2
2. There exists $(t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2$ such that $q_1(t_1, t_2) = 5$
3. There does not exist $(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^2$ such that $q_2(s_1, s_2) = -5$
4. Given $\alpha \in \mathbb{R}$, there exists a vector $\omega \in \mathbb{R}^4$ such that $q(\omega) = \alpha$

मानें कि $q_1(x_1, x_2)$ तथा $q_2(y_1, y_2)$ ऐसे वास्तविक द्विघाती समघात हैं किन्हीं $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ के लिए $q_1(u_1, u_2) = 1 = q_2(v_1,$ है। परिभाषित कीजिए: $q(x_1, x_2, y_1, y_2) = q_1(x_1, x_2) - q_2(y_1, y_2)$. निम्न में से कौन से कथन आवश्यकतः सत्य हैं?

1. x_1, x_2, y_1, y_2 में q द्विघाती समघात है
2. ऐसा $(t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2$ अस्तित्व में है कि $q_1(t_1, t_2) = 5$ है
3. ऐसा $(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^2$ अस्तित्व में नहीं है कि $q_2(s_1, s_2) = -5$ हो
4. एक दिये गए $\alpha \in \mathbb{R}$ के लिए ऐसा सदिश $\omega \in \mathbb{R}^4$ अस्तित्व में है कि $q(\omega) = \alpha$ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

79 704079

Suppose that f is an entire function such that $|f(z)| \geq 2024$ for all $z \in \mathbb{C}$. Which of the following stateme are necessarily true?

1. $f(z) = 2024$ for all $z \in \mathbb{C}$
2. f is a constant function
3. f is an injective function
4. f is a bijective function

मानें कि f ऐसा सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है कि सभी $z \in \mathbb{C}$ के लिए $|f(z)| \geq 2024$ है। निम्न में से कौन से कथन आवश्यकतः सत्य हैं?

1. सभी $z \in \mathbb{C}$ के लिए , $f(z) = 2024$
2. f अचर फलन है
3. f एकैकी फलन है
4. f एकैकी आच्छादी फलन है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

80 704080

For $z \in \mathbb{C}\setminus\{0\}$, let $f(z) = \frac{1}{z}\sin\left(\frac{1}{z}\right)$ and $g(z) = f(z)\sin(z)$. Which of the following statements are true?

1. f has an essential singularity at 0
2. g has an essential singularity at 0
3. f has a removable singularity at 0
4. g has a removable singularity at 0

$z \in \mathbb{C}\setminus\{0\}$ के लिए $f(z) = \frac{1}{z}\sin\left(\frac{1}{z}\right)$ तथा $g(z) = f(z)\sin(z)$ परिभाषित करें। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. f की 0 पर अनिवार्य विचित्रता है
2. g की 0 पर अनिवार्य विचित्रता है
3. f की 0 पर अपनेय विचित्रता है
4. g की 0 पर अपनेय विचित्रता है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

81 704081

Which of the following conditions ensure that the power series $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$ defines an entire function?

1. The power series converges for every $z \in \mathbb{C}$
2. The power series converges for every $z \in \mathbb{R}$
3. The power series converges for every $z \in \{2^n : n \in \mathbb{N}\}$
4. The power series converges for every $z \in \left\{\frac{1}{5^n} : n \in \mathbb{N}\right\}$

निम्न में से कौन सी शर्तें सुनिश्चित करती हैं कि घात श्रेणी $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$ किसी सर्वत्र वैश्लेषिक फलन को परिभाषित करे?

1. प्रत्येक $z \in \mathbb{C}$ के लिए घात श्रेणी अभिसरित हो
2. प्रत्येक $z \in \mathbb{R}$ के लिए घात श्रेणी अभिसरित हो
3. प्रत्येक $z \in \{2^n : n \in \mathbb{N}\}$ के लिए घात श्रेणी अभिसरित हो
4. प्रत्येक $z \in \left\{\frac{1}{5^n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ के लिए घात श्रेणी अभिसरित हो

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

82 704082

Let f be an entire function such that for every integer $k \geq 1$ there is an infinite set X_k such that $f(z) = \frac{1}{k}$ all $z \in X_k$. Which of the following statements are necessarily true?

1. There exists an infinite set X such that $f(z) = 0$ for all $z \in X$
2. There exists a non-empty closed set X such that $f(z) = 0$ for all $z \in X$
3. The set X_k is unbounded for each $k \geq 1$
4. If there exists a bounded sequence $(z_k)_{k\geq 1}$ such that $z_k \in X_k$ for each $k \geq 1$, then f has a zero

मानें कि f एक ऐसा सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है कि प्रत्येक पूर्णांक $k \geq 1$ के लिए, कोई अनंत समुच्चय X_k इस प्रकार है कि सभी $z \in X$ लिए $f(z) = \frac{1}{k}$ है। निम्न में से कौन से कथन आवश्यकत: सत्य हैं?

1. ऐसा कोई अपरिमित समुच्चय X है कि सभी $z \in X$ के लिए $f(z) = 0$ है
2. ऐसा कोई अरिक्त संवृत समुच्चय है कि सभी $z \in X$ के लिए $f(z) = 0$ है
3. समुच्चय X_k प्रत्येक $k \geq 1$ के लिए अपरिबद्ध है
4. यदि ऐसा कोई परिबद्ध अनुक्रम $(z_k)_{k\geq 1}$ है कि प्रत्येक $k \geq 1$ के लिए $z_k \in X_k$ हो, तब f का कोई शून्य है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

83 704083

Let R be a principal ideal domain with a unique maximal ideal. Which of the following statements necessarily true?

1. Every quotient ring of R is a principal ideal domain
2. There exists a quotient ring S of R and an ideal $I \subseteq S$ which is not principal
3. R has countably many ideals
4. Every quotient ring $S(\neq \{0\})$ of R has a unique maximal ideal which is principal

मानें कि R मुख्य गुणजावली प्रांत है जिसकी उच्चिष्ठ गुणजावली अद्वितीय है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से आवश्यकतः सत्य हैं?

1. R का प्रत्येक भागफल वलय, मुख्य गुणजावली प्रांत है
2. R का एक ऐसा भागफल वलय S है जिसमें एक गुणजावली $I \subseteq S$ है जो मुख्य नहीं है
3. R की गुणजावलियों की संख्या गणनीय हैं
4. R के प्रत्येक भागफल वलय $S(\neq \{0\})$ की अद्वितीय उच्चिष्ठ गुणजावली है जो मुख्य है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

84 704084

Let R and S be non-zero commutative rings with multiplicative identities $1_R, 1_S$, respectively. Let $f : R$ - be a ring homomorphism with $f(1_R) = 1_S$. Which of the following statements are true?

1. If $f(a)$ is a unit in S for every non-zero element $a \in R$, then S is a field
2. If $f(a)$ is a unit in S for every non-zero element $a \in R$, then $f(R)$ is a field
3. If R is a field, then $f(a)$ is a unit in S for every non-zero element $a \in R$
4. If a is a unit in R, then $f(a)$ is a unit in S

R तथा S को शून्येतर क्रमविनिमेय वलय मानें जिनके गुणनात्मक तत्समक क्रमशः $1_R, 1_S$ हैं। $f : R \to S$ ऐसी वलय समाकारिता है जि लिए $f(1_R) = 1_S$ है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

1. यदि $f(a)$ प्रत्येक शून्येतर अवयव $a \in R$ के लिए S में इकाई है, तब S एक प्रक्षेत्र है
2. यदि $f(a)$ प्रत्येक शून्येतर अवयव $a \in R$ के लिए S में इकाई है, तब $f(R)$ एक प्रक्षेत्र है
3. यदि R एक प्रक्षेत्र है, तब प्रत्येक शून्येतर अवयव $a \in R$ के लिए $f(a)$ एक इकाई है
4. यदि R में a एक इकाई है, तब S में $f(a)$ एक इकाई है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

85 704085

For two indeterminates x, y, let $R = \mathbb{F}_3[x]$ and $S = R[y]$. Which of the following statements are true?

1. S is a principal ideal domain
2. $S/(y^2 + x^2)$ is a unique factorization domain
3. S is a unique factorization domain
4. $S/(x)$ is a principal ideal domain

मान लें कि $R = \mathbb{F}_3[x]$ व $S = R[y]$ है जहाँ x, y दो अनिर्धार्य हैं। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

1. S एक मुख्य गुणजावली प्रांत है
2. $S/(y^2 + x^2)$ एक अद्वितीय गुणन खंडन प्रांत है
3. S अद्वितीय गुणन खंडन प्रांत है
4. $S/(x)$ एक मुख्य गुणजावली प्रांत है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

86	704086	

Which of the following numbers are order of some element of the symmetric group S_5?

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6

निम्न में से कौनसी संख्याएँ सममित समूह S_5 के किसी अवयव की कोटि (order) है?

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

87	704087	

Let I be an ideal of the ring $\mathbb{F}_2[t]/(t^2(1-t)^2)$. Which of the following are the possible values for the cardina of I?

1. 1
2. 8
3. 16
4. 24

मानें कि I वलय $\mathbb{F}_2[t]/(t^2(1-t)^2)$ की गुणजावली है। I की प्रमुखता (cardinality) के निम्न में से कौन से संभव मान हैं?

1. 1
2. 8
3. 16
4. 24

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

88	704088

For which of the following values of q, does a finite field of order q have exactly 6 subfields?

1. $q = 2^{18}$
2. $q = 2^{32}$
3. $q = 2^{12}$
4. $q = 2^{243}$

निम्न में से q के किन मानों के लिए, कोटि (order) q के परिमित क्षेत्र के यथायथतः 6 उपक्षेत्र हैं?

1. $q = 2^{18}$
2. $q = 2^{32}$
3. $q = 2^{12}$
4. $q = 2^{243}$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

89	704089

Let X denote the topological space $\mathbb{R}$ with the cofinite topology (i.e., the finite complement topology) and
Y denote the topological space $\mathbb{R}$ with the Euclidean topology. Which of the following statements are tr

1. $X \times [0,1]$ is closed in $X \times Y$ with respect to the product topology
2. $X \times [0,1]$ is compact with respect to the product topology
3. X is compact
4. $X \times Y$ is compact with respect to the product topology

मान लो कि X सहपरिमित सांस्थितिकी वाली (अर्थात परिसीमित पूरक सांस्थितिकी) सांस्थितिक समष्टि $\mathbb{R}$ को निर्दिष्ट करता है तथ
यूक्लिडीय सांस्थितिकी वाली सांस्थितिक समष्टि $\mathbb{R}$ को निर्दिष्ट करता है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

1. गुणनफल सांस्थितिकी के संदर्भ में $X \times Y$ में $X \times [0,1]$ संवृत है
2. गुणनफल सांस्थितिकी के संदर्भ में $X \times [0,1]$ संहत है
3. X संहत है
4. गुणनफल सांस्थितिकी के संदर्भ में $X \times Y$ संहत है

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

90 704090

Let τ be the smallest topology on the set $\mathbb{R}$ containing

$$\beta = \Big\{[a,b) \mid a < b;\ \ a,b \in \mathbb{R}\Big\}.$$

Which of the following statements are true?

1. β is a basis for topology τ
2. $\mathbb{R}$ is compact in the topology τ
3. Topology τ is the same as the Euclidean topology
4. Topology τ is Hausdorff

मानें कि τ समुच्चय $\mathbb{R}$ पर ऐसी लघुतम् सांस्थितिकी है जिसमें

$$\beta = \Big\{[a,b) \mid a < b;\ \ a,b \in \mathbb{R}\Big\}$$

सन्निहित है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

1. सांस्थितिकी τ के लिए β एक आधार है
2. सांस्थितिकी τ के संदर्भ में $\mathbb{R}$ संहत है
3. सांस्थितिकी τ यूक्लिडीय सांस्थितिकी के समान है
4. सांस्थितिकी τ हाउस्डोर्फ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

91 704091

Consider the initial value problem (IVP)

$$y'(x) = \frac{\sin(y(x))}{1 + y^4(x)}, \quad x \in \mathbb{R},$$
$$y(0) = y_0.$$

Then which of the following statements are true?

1. There is a positive y_0 such that the solution of the IVP is unbounded
2. There is a negative y_0 such that the solution of the IVP is bounded
3. For every $y_0 \in \mathbb{R}$, every solution of the IVP is bounded
4. For every $y_0 \in \mathbb{R}$, there is a solution to the IVP for all $x \in \mathbb{R}$

निम्न प्रारंभिक मान समस्या (IVP) पर विचार करें:

$$y'(x) = \frac{\sin(y(x))}{1 + y^4(x)}, \quad x \in \mathbb{R},$$
$$y(0) = y_0.$$

तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. ऐसा कोई धनात्मक y_0 इस प्रकार है कि IVP का हल अपरिबद्ध है
2. ऐसा कोई ऋणात्मक y_0 इस प्रकार है कि IVP का हल परिबद्ध है
3. प्रत्येक $y_0 \in \mathbb{R}$ के लिए, IVP का प्रत्येक हल परिबद्ध है
4. प्रत्येक $y_0 \in \mathbb{R}$ के लिए, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए IVP का कोई हल है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

92 704092

If $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t)$ is the solution of the initial value problem

$$e^{-t}\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + x_2,$$
$$e^{-t}\frac{dx_2}{dt} = -x_1 - x_2,$$
$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.$$

and $r(t) = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)}$, then which of the following statements are true?

1. $r(t) \to 0$ as $t \to +\infty$
2. $r(\ln 2) = e^{-1}$
3. $r(\ln 2) = 2e^{-1}$
4. $r(t)e^t \to 0$ as $t \to +\infty$

यदि $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t)$ निम्न प्रारंभिक मान समस्या का हल है:

$$e^{-t}\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + x_2,$$
$$e^{-t}\frac{dx_2}{dt} = -x_1 - x_2,$$
$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0$$

तथा $r(t) = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)}$ है, तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $r(t) \to 0$ जब $t \to +\infty$
2. $r(\ln 2) = e^{-1}$
3. $r(\ln 2) = 2e^{-1}$
4. $r(t)e^t \to 0$ जब $t \to +\infty$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

93 704093

Consider the boundary value problem (BVP)

$$(e^{-5x}y')' + 6e^{-5x}y = -f(x), 0 < x < \ln 2,$$
$$y(0) = 0, \;\; y(\ln 2) = 0.$$

If

$$G(x,\xi) = \begin{cases} (e^{3x} + Be^{2x})(Ce^{2\xi} + De^{3\xi}), & 0 \le \xi \le x, \\ (e^{3\xi} + Be^{2\xi})(Ce^{2x} + De^{3x}), & x \le \xi \le \ln 2, \end{cases}$$

(Green's function) is such that $\int_0^{\ln 2} G(x,\xi)f(\xi)d\xi$ is the solution of the BVP, then the values of B, C and D

1. $B = -2, C = -1, D = 1$
2. $B = -2, C = 1, D = -1$
3. $B = 2, C = 1, D = 1$
4. $B = 2, C = -1, D = -1$

निम्न परिसीमा मान समस्या (BVP) पर विचार करें

$$(e^{-5x}y')' + 6e^{-5x}y = -f(x), 0 < x < \ln 2,$$
$$y(0) = 0, \;\; y(\ln 2) = 0.$$

यदि

$$G(x,\xi) = \begin{cases} (e^{3x} + Be^{2x})(Ce^{2\xi} + De^{3\xi}), & 0 \le \xi \le x, \\ (e^{3\xi} + Be^{2\xi})(Ce^{2x} + De^{3x}), & x \le \xi \le \ln 2, \end{cases}$$

(ग्रीन फलन) इस प्रकार है कि $\int_0^{\ln 2} G(x,\xi)f(\xi)d\xi$ BVP का हल है, तब B, C तथा D के मान निम्न हैं

1. $B = -2, C = -1, D = 1$
2. $B = -2, C = 1, D = -1$
3. $B = 2, C = 1, D = 1$
4. $B = 2, C = -1, D = -1$

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

94 704094

Let $B(0,2)=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2<4\right\}$, and ∂B denote the boundary of $B(0,2)$. Assume $(\alpha,\beta)\neq(0,0), k \in$
and u is any solution to

$$\begin{cases} -\Delta u = 0 & \text{in } B(0,2), \\ \alpha u(x,y)+\beta\dfrac{\partial u}{\partial \nu}(x,y)=1+(x^2+y^2)k & \text{on } \partial B, \end{cases}$$

where $\nu(x,y)$ is the unit outward normal to $B(0,2)$ at $(x,y)\in\partial B$. Consider the following statements:
S_1: If $\beta=0$, then there exists a $(x_0,y_0)\in B(0,2)$ such that $\left|u(x_0,y_0)\right|=\dfrac{|1+4k|}{|\alpha|}$.
S_2: If $\alpha=0$, then $k=-\dfrac{1}{4}$.

Then

1. S_1 is true but S_2 is false
2. S_2 is true but S_1 is false
3. both S_1 and S_2 are true
4. both S_1 and S_2 are false

मानें कि $B(0,2)=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2<4\right\}$ है , तथा ∂B द्वारा $B(0,2)$ की सीमा इंगित होती है। मानें कि $(\alpha,\beta)\neq(0,0), k \in$
तथा u निम्न का कोई हल है

$$\begin{cases} -\Delta u = 0 & B(0,2) \text{ में}, \\ \alpha u(x,y)+\beta\dfrac{\partial u}{\partial \nu}(x,y)=1+(x^2+y^2)k & \partial B \text{ पर}, \end{cases}$$

जहां $(x,y)\in\partial B$ पर $B(0,2)$ का एकक बहिर्मुखी अभिलंब $\nu(x,y)$ से निर्देशित है। निम्न वक्तव्यों पर विचार करें :
S_1: यदि $\beta=0$, तब कोई $(x_0,y_0)\in B(0,2)$ इस प्रकार है कि $\left|u(x_0,y_0)\right|=\dfrac{|1+4k|}{|\alpha|}$ है।
S_2: यदि $\alpha=0$, तब $k=-\dfrac{1}{4}$ है।
तब

1. S_1 सत्य है लेकिन S_2 असत्य है
2. S_2 सत्य है लेकिन S_1 असत्य है
3. S_1 तथा S_2 दोनों सत्य हैं
4. S_1 तथा S_2 दोनों असत्य हैं

A1 : 1
1
A2 : 2
2
A3 : 3
3
A4 : 4
4

Multiple Response

95 704095

Consider the initial boundary value problem (IBVP)

$$\begin{cases} u_t + u_x = 2u, & x > 0, t > 0 \\ u(0,t) = 1 + \sin t, & t > 0 \\ u(x,0) = e^x \cos x, & x > 0 \end{cases}$$

If u is the solution of the IBVP, then the value of $\dfrac{u(2\pi,\pi)}{u(\pi,2\pi)}$ is

1. e^{π}
2. $e^{-\pi}$
3. $-e^{\pi}$
4. $-e^{-\pi}$

निम्न प्रारंभिक सीमा मान समस्या (IBVP) पर विचार करें

$$\begin{cases} u_t + u_x = 2u, & x > 0, t > 0 \\ u(0,t) = 1 + \sin t, & t > 0 \\ u(x,0) = e^x \cos x, & x > 0 \end{cases}$$

यदि IBVP का हल u है, तब $\dfrac{u(2\pi,\pi)}{u(\pi,2\pi)}$ का मान है

1. e^{π}
2. $e^{-\pi}$
3. $-e^{\pi}$
4. $-e^{-\pi}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

96 704096

Let S denote the set of all 2×2 matrices A such that the iterative sequence generated by the Gauss-Sei method applied to the system of linear equations

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

converges for every initial guess. Then which of the following statements are true?

1. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in S$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in S$
3. $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in S$
4. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \in S$

मानें कि S सभी 2×2 आव्यूहों A का ऐसा समुच्चय है कि रैखिक समीकरणों

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

के तंत्र पर प्रयुक्त गाउस-साइडल विधि द्वारा जनित पुनरावृत्तिमूलक अनुक्रम प्रत्येक आरंभिक अनुमान के लिए अभिसरित होता है। तब नि से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in S$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in S$
3. $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in S$
4. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \in S$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

97 704097

Let $g(x)$ be the polynomial of degree at most 4 that interpolates the data

x	-1	0	2	3	6
y	-30	1	c	10	19

If $g(4) = 5$, then which of the following statements are true?

1. $c = 13$
2. $g(5) = 6$
3. $g(1) = 14$
4. $c = 15$

मानें कि $g(x)$ ऐसा बहुपद है जिसकी घात (degree) अधिकतम 4 है, और जो निम्न आंकड़ों को अंतर्वेशित करता है

x	-1	0	2	3	6
y	-30	1	c	10	19

यदि $g(4) = 5$ हो, तो निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $c = 13$
2. $g(5) = 6$
3. $g(1) = 14$
4. $c = 15$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

98 704098

The extremizer of the problem

$$\min\left[\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\left[(y'(x))^2 + (y(x))^2\right]dx\right]$$

subject to $y \in \mathcal{C}^1[-1,1]$, $\int_{-1}^{1} xy(x)dx = 0$ and $y(-1) = y(1) = 1$ is

1. $\frac{e}{1+e^2}(e^x + e^{-x}) + x^2 - 1$
2. $\frac{e}{1+e^2}(e^x + e^{-x}) + 1 - x^2$
3. $\frac{e}{1+e^2}(e^x + e^{-x})$
4. $\frac{e}{1+e^2}(e^x + e^{-x}) + \sin(2\pi x)$

समस्या

$$\min\left[\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\left[(y'(x))^2+(y(x))^2\right]dx\right]$$

का $y \in \mathcal{C}^1[-1,1], \int_{-1}^{1} xy(x)dx = 0$ व $y(-1)=y(1)=1$ के अधीन चरमक निम्न है

1. $\frac{e}{1+e^2}(e^x+e^{-x})+x^2-1$
2. $\frac{e}{1+e^2}(e^x+e^{-x})+1-x^2$
3. $\frac{e}{1+e^2}(e^x+e^{-x})$
4. $\frac{e}{1+e^2}(e^x+e^{-x})+\sin(2\pi x)$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

99 704099

The infimum of the set

$$\left\{\int_a^b \sqrt{1+(y'(t))^2}dt : y \in \mathcal{C}^1[a,b], \quad y(a)=a^2, y(b)=b-5\right\}$$

is

1. $\frac{19\sqrt{2}}{8}$
2. $19\sqrt{2}$
3. $\frac{19}{8}$
4. $\frac{19}{2\sqrt{2}}$

समुच्चय

$$\left\{\int_a^b \sqrt{1+(y'(t))^2}dt : y \in \mathcal{C}^1[a,b], \quad y(a)=a^2, y(b)=b-5\right\}$$

का निम्नक है

1. $\frac{19\sqrt{2}}{8}$
2. $19\sqrt{2}$
3. $\frac{19}{8}$
4. $\frac{19}{2\sqrt{2}}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

100 704100

For $c \in \mathbb{R}$, consider the following Fredholm integral equation

$$y(x) = 1 + x + cx^2 + 2\int_0^1 (1 - 3xt)y(t)dt.$$

Then the values of c for which the integral equation admits a solution are

1. -8
2. -6
3. 2
4. 6

$c \in \mathbb{R}$ के लिए निम्न फ्रेडहोम समाकल समीकरण पर विचार करें

$$y(x) = 1 + x + cx^2 + 2\int_0^1 (1 - 3xt)y(t)dt.$$

तब c का/ के वे मान, जिसके/ जिनके लिए समाकल समीकरण का हल संभव है, निम्नवत् होगा/होगें

1. -8
2. -6
3. 2
4. 6

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

101 704101

For $\lambda \in \mathbb{R}$ such that $|\lambda| < \dfrac{5}{32}$, let $R(x,t,\lambda)$ and u denote the resolvent kernel and the solution, respectively the Fredholm integral equation

$$u(x) = x + \frac{\lambda}{2}\int_{-2}^{2}(xt + x^2t^2)u(t)dt.$$

Then which of the following statements are true?

1. $R(x,t,\lambda) = \dfrac{3xt}{3-8\lambda} - \dfrac{5x^2t^2}{5-32\lambda}$
2. $R(x,t,\lambda) = \dfrac{3xt}{3-8\lambda} + \dfrac{5x^2t^2}{5-32\lambda}$
3. $u(1) = -\dfrac{5}{5-32\lambda}$
4. $u(1) = \dfrac{3}{3-8\lambda}$

मानें कि $R(x,t,\lambda)$ तथा u निम्न फ्रेडेहोम समाकल समीकरण के क्रमशः साधक अष्टि तथा हल को इंगित करते हैं

$$u(x) = x + \frac{\lambda}{2}\int_{-2}^{2}(xt + x^2t^2)u(t)dt.$$

जहाँ $\lambda \in \mathbb{R}$ व $|\lambda| < \dfrac{5}{32}$ है। तब निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

1. $R(x,t,\lambda) = \dfrac{3xt}{3-8\lambda} - \dfrac{5x^2t^2}{5-32\lambda}$
2. $R(x,t,\lambda) = \dfrac{3xt}{3-8\lambda} + \dfrac{5x^2t^2}{5-32\lambda}$
3. $u(1) = -\dfrac{5}{5-32\lambda}$
4. $u(1) = \dfrac{3}{3-8\lambda}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

102 704102

Consider a solid torus of constant density ρ, formed by revolving the disc $(y-b)^2 + z^2 \le a^2, x = 0$ about z-axis, where $0 < a < b$. Then the moment of inertia of the solid torus about the z-axis is

1. $2\pi^2a^2b^2(4b^2 + 3a^2)\rho$
2. $\dfrac{\pi^2}{2}a^2b(4b^2 + 3a^2)\rho$
3. $\dfrac{\pi^2}{2}a^2b(4a^2 + 3b^2)\rho$
4. $2\pi^2a^2b^2(4a^2 + 3b^2)\rho$

अचर घनत्व ρ के ठोस वलय (torus) पर विचार करें, जो चक्रिका $(y-b)^2+z^2 \le a^2, x=0$ के z-अक्ष के सापेक्ष घूर्णन से निर्मित हुअ
जहाँ $0 < a < b$ है। इस ठोस वलय का z-अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है

1. $2\pi^2 a^2 b^2 (4b^2+3a^2)\rho$
2. $\frac{\pi^2}{2} a^2 b (4b^2+3a^2)\rho$
3. $\frac{\pi^2}{2} a^2 b (4a^2+3b^2)\rho$
4. $2\pi^2 a^2 b^2 (4a^2+3b^2)\rho$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

103	704103	

Let $\{X_n\}_{n\ge1}$ be a sequence of independent and identically distributed random variables with $E(X_1)=0$ a
$Var(X_1)=1$. Which of the following statements are true?

1. $\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sqrt{n}\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \le 0\right) = \frac{1}{2}$
2. $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ converges in probability to 0 as $n\to\infty$
3. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2$ converges in probability to 1 as $n\to\infty$
4. $\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n}} \le 0\right) = \frac{1}{2}$

$\{X_n\}_{n\ge1}$ को स्वतंत्र एवं एक-समानत: बंटित यादृच्छिक चरों का ऐसा अनुक्रम मानें जिसके लिए $E(X_1)=0$ तथा $Var(X_1)=1$ है।
वक्तव्यों में से कौनसे सही हैं?

1. $\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sqrt{n}\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \le 0\right) = \frac{1}{2}$
2. $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ प्रायिकता में 0 पर अभिसरित होता है जब $n\to\infty$
3. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2$ प्रायिकता में 1 पर अभिसरित होता है जब $n\to\infty$
4. $\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n}} \le 0\right) = \frac{1}{2}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

104 704104

Let X and Y be jointly distributed continuous random variables with joint probability density function

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & \text{if } 0 < x < y < 2 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

1. $P\left(X < \frac{1}{2} \,\middle|\, Y = 1\right) = \frac{1}{4}$
2. $E(Y) = \frac{1}{4}$
3. $P\left(X < \frac{Y}{2}\right) = \frac{1}{4}$
4. $E\left(\frac{Y}{X}\right) = \frac{1}{4}$

मानें कि X तथा Y संयुक्त रूप से बंटित यादृच्छिक चर हैं जिनके लिए संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्न है

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & \text{यदि } 0 < x < y < 2 \\ 0, & \text{अन्यथा।} \end{cases}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

1. $P\left(X < \frac{1}{2} \,\middle|\, Y = 1\right) = \frac{1}{4}$
2. $E(Y) = \frac{1}{4}$
3. $P\left(X < \frac{Y}{2}\right) = \frac{1}{4}$
4. $E\left(\frac{Y}{X}\right) = \frac{1}{4}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

105 704105

Transition probability matrix of a homogeneous Markov chain with states $0, 1, 2, 3$ is

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2/5 & 3/5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Which of the following statements are true?

1. state 0 is positive recurrent
2. state 3 is transient
3. state 1 is aperiodic and positive recurrent
4. state 2 is aperiodic and null-recurrent

अवस्थाओं $0, 1, 2, 3$ वाली किसी समांग मार्कोव श्रृंखला का संक्रमण प्रायिकता आव्यूह निम्न है

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2/5 & 3/5 \end{pmatrix} \end{array}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

1. अवस्था 0 धनात्मक पुनरावर्ती है
2. अवस्था 3 अल्पस्थायी है
3. अवस्था 1 अनावर्ती तथा धनात्मक पुनरावर्ती है
4. अवस्था 2 अनावर्ती है तथा शून्य-पुनरावर्ती है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

106 704106

Let $X_1, \ldots, X_{12}$ be a random sample from the $N(2,4)$ distribution and $Y_1, \ldots, Y_{15}$ be a random sample from $N(-2,5)$ distribution, where $N(\mu, \sigma^2)$ denotes a normal distribution with mean μ and variance σ^2. Assu that the two random samples are mutually independent. Let

$$\overline{X} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} X_i, \quad S_1^2 = \frac{1}{11}\sum_{i=1}^{12}(X_i - \overline{X})^2,$$
$$\overline{Y} = \frac{1}{15}\sum_{j=1}^{15} Y_j, \quad S_2^2 = \frac{1}{14}\sum_{j=1}^{15}(Y_j - \overline{Y})^2,$$

Which of the following statements are true?

1. The distribution of $\overline{X} + \overline{Y}$ is $N\left(0, \frac{2}{3}\right)$
2. The distribution of $\frac{1}{20}(55S_1^2 + 56S_2^2)$ is χ^2_{26}
3. The distribution of $\frac{5}{4}\frac{S_1^2}{S_2^2}$ is $F_{11,14}$
4. The distribution of $\frac{2\sqrt{3}(\overline{Y}+2)}{S_1}$ is t_{14}

$X_1, \ldots, X_{12}$ को $N(2,4)$ बंटन में से यादृच्छिक प्रतिदर्श मानें तथा $Y_1, \ldots, Y_{15}$ को $N(-2,5)$ बंटन में से यादृच्छिक प्रतिदर्श मानें, $N(\mu, \sigma^2)$ से μ माध्य तथा σ^2 प्रसरण वाले प्रसामान्य वितरण को इंगित करते हैं। मानें कि

$$\overline{X} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} X_i, \quad S_1^2 = \frac{1}{11}\sum_{i=1}^{12}(X_i - \overline{X})^2,$$
$$\overline{Y} = \frac{1}{15}\sum_{j=1}^{15} Y_j, \quad S_2^2 = \frac{1}{14}\sum_{j=1}^{15}(Y_j - \overline{Y})^2,$$

निम्न वक्तव्यों में से कौनसे सही हैं?

1. $\overline{X} + \overline{Y}$ का बंटन $N\left(0, \frac{2}{3}\right)$ है
2. $\frac{1}{20}(55S_1^2 + 56S_2^2)$ का बंटन χ^2_{26} है
3. $\frac{5}{4}\frac{S_1^2}{S_2^2}$ का बंटन $F_{11,14}$ है
4. $\frac{2\sqrt{3}(\overline{Y}+2)}{S_1}$ का बंटन t_{14} है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

107	704107

Let X_1, X_2 denote lifetimes (in years) of 2 components of an electronic system. Let $Y_1 = X_1 + X_2$, Y $\max\{X_1, X_2\}$ and $Y_3 = \min\{X_1, X_2\}$. Assume that X_1 and X_2 are independent, each following exponen distribution with probability density function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2}, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

1. $P(Y_1 > 2) = 2e^{-1}$
2. $P(Y_2 > 2) = e^{-2}$
3. $P(Y_3 > 2) = e^{-2}$
4. $Var(Y_1 + Y_2 + Y_3) = 32$

मानें कि X_1, X_2 किसी इलेक्ट्रोनिक निकाय के 2 घटकों के जीवन काल (वर्षों में) को इंगित करते हैं। मानें कि $Y_1 = X_1 + X_2$, Y $\max\{X_1, X_2\}$ व $Y_3 = \min\{X_1, X_2\}$ है। मानें कि X_1 तथा X_2 स्वतंत्र हैं व दोनों निम्न प्रायिकता घनत्व फलन वाले चरघातांकी बंटन अनुसरण करता है

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2}, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा।} \end{cases}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौनसे सही हैं?

1. $P(Y_1 > 2) = 2e^{-1}$
2. $P(Y_2 > 2) = e^{-2}$
3. $P(Y_3 > 2) = e^{-2}$
4. $Var(Y_1 + Y_2 + Y_3) = 32$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

108 704108

Let X and Y be independent random variables with $X \sim N(2, 4)$ and $Y \sim N(-4, 9)$ where $N(\mu, \sigma^2)$ denote normal distribution with mean μ and variance σ^2. Given $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$ and $\Phi(3) = 0.9987$ wh $\Phi(\cdot)$ is the cumulative distribution function of a standard normal random variable. Which of the follow statements are true?

1. $Var(2X + Y) = 17$
2. $P(|2X + Y| \leq 15) = 0.9974$
3. $Cov(3X + 2Y, 3X - 2Y) = 0$
4. $2X - Y \sim N(0, 25)$

मानें कि X तथा Y स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं जिनके लिए $X \sim N(2,4)$ तथा $Y \sim N(-4,9)$ है जहां $N(\mu,\sigma^2)$ माध्य μ तथा प्रसरण वाले प्रसामान्य बंटन को इंगित करता है। दिया गया है कि $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$ व $\Phi(3) = 0.9987$ जहां $\Phi(\cdot)$ मानक यादृच्छि चर का संचयी बंटन फलन है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

1. $Var(2X+Y) = 17$
2. $P(|2X+Y| \leq 15) = 0.9974$
3. $Cov(3X+2Y, 3X-2Y) = 0$
4. $2X - Y \sim N(0,25)$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

109 704109

Let $X_1, \ldots, X_n$ $(n \geq 2)$ be a random sample from a $U(-\theta, 2\theta)$ distribution, where $\theta > 0$ is an unknown parame Let $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$ and $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$. Which of the following stateme are true?

1. Maximum likelihood estimator of θ is $\min\left\{X_{(1)}, \dfrac{X_{(n)}}{2}\right\}$
2. Maximum likelihood estimator of θ is $\max\left\{-X_{(1)}, \dfrac{X_{(n)}}{2}\right\}$
3. Method of moments estimator of θ is $2\overline{X}$
4. Method of moments estimator of θ is $\dfrac{2\overline{X}}{3}$

मानें कि $X_1, \ldots, X_n$ स्वतंत्र एवं सर्वथासमानतः $U(-\theta, 2\theta)$ बंटित यादृच्छिक चर हैं, जहाँ $\theta > 0$ एक अज्ञात प्राचल है। यदि $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}$ $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$ तथा $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$ हो, तो निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. θ का अधिकतम संभाविता आकलक $\min\left\{X_{(1)}, \dfrac{X_{(n)}}{2}\right\}$ है
2. θ का अधिकतम संभाविता आकलक $\max\left\{-X_{(1)}, \dfrac{X_{(n)}}{2}\right\}$ है
3. θ का आघूर्ण विधि आकलक $2\overline{X}$ है
4. θ आघूर्ण विधि आकलक $\dfrac{2\overline{X}}{3}$ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

110 704110

Let $X_1, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed $U(0, \theta), \theta > 0$ random variables. Define $X_{(n}$ $\max\{X_1, \ldots, X_n\}$ and $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$. Which of the following statements are true?

1. $Cov\left(\frac{X_{(n)}}{X_{(1)}}, X_{(n)}\right) = 0$
2. $E\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}\right) = \frac{E(X_{(1)})}{E(X_{(n)})}$
3. $Cov\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}, X_{(n)}\right) = 0$
4. $Cov\left(\ln(X_{(1)}) - \ln(X_{(1)} + X_{(n)}), X_{(n)}\right) < 0$

मानें कि $X_1, \ldots, X_n$ स्वतंत्र एवं सर्वथासमानतः बंटित $U(0, \theta), \theta > 0$ यादृच्छिक चर हैं। यदि $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$ तथा $X_{(1}$ $\min\{X_1, \ldots, X_n\}$ हो, तो निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. $Cov\left(\frac{X_{(n)}}{X_{(1)}}, X_{(n)}\right) = 0$
2. $E\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}\right) = \frac{E(X_{(1)})}{E(X_{(n)})}$
3. $Cov\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}, X_{(n)}\right) = 0$
4. $Cov\left(\ln(X_{(1)}) - \ln(X_{(1)} + X_{(n)}), X_{(n)}\right) < 0$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

111 704111

Let $X_1, \ldots, X_n$ $(n \geq 3)$ be a random sample from a distribution having probability density function

$$f(x \mid \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where $\theta > 0$ is an unknown parameter. Let $T_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Which of the following statements are true?

1. Uniformly minimum variance unbiased estimator of θ is $\frac{n-1}{nT_n}$
2. Cramer-Rao lower bound for the variance of any unbiased estimator of θ is $\frac{\theta^2}{n}$
3. Uniformly minimum variance unbiased estimator of θ attains the Cramer-Rao lower bound
4. $\left(1 - e^{-\frac{1}{T_n}}\right)$ is a consistent estimator of $P_\theta(X_1 \leq 1)$

प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x \mid \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

वाले बंटन में से यादृच्छिक प्रतिदर्श $X_1, \ldots, X_n$ $(n \geq 3)$ लीजिए, जहाँ $\theta > 0$ एक अज्ञात प्राचल है। यदि $T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$ हो तो f
में से कौन से कथन सही हैं?

1. θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक $\frac{n-1}{nT_n}$ है
2. θ के किसी भी अनभिनत आकलक के प्रसरण के लिए कैमर-राव निम्न-परिबंध $\frac{\theta^2}{n}$ है
3. θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक कैमर-राव निम्न-परिबंध को प्राप्त करता है
4. $P_\theta(X_1 \leq 1)$ का अविरोधी आकलक $\left(1 - e^{-\frac{1}{T_n}}\right)$ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

112 704112

Consider a six faced die whose i-th face is marked with i dots, $i = 1, 2, \ldots, 6$. In a single random throw of die, let p_i denote the probability that the obtained upper face has i dots, $i = 1, 2, \ldots, 6$. The die is rolled times independently and the following result is obtained

Face observed	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Frequency	40	55	40	25	35	45

Suppose we want to test $H_0 : p_i = \frac{1}{6}$ for $i = 1, 2, \ldots, 6$; against $H_1 : p_i \neq \frac{1}{6}$ for at least one $i; i = 1, 2, \ldots, 6$. I given that $\chi^2_{5;0.05} = 11.07$, $\chi^2_{6;0.05} = 12.59$, $\chi^2_{5;0.01} = 15.09$, $\chi^2_{6;0.01} = 16.81$. Based on the asymptotic goodness fit χ^2 test for testing H_0 against H_1, which of the following statements are true?

1. H_0 is rejected at 5% level of significance
2. H_0 is rejected at 1% level of significance
3. H_0 is not rejected at 5% level of significance
4. Observed value of the test statistic is 12.5

छ: पृष्ठीय पासे पर विचार करें जिसके i-वें पृष्ठ पर i बिंदु बने हुए हैं; जहाँ $i = 1, 2, \ldots, 6$ है। पासे के एकल यादृच्छिक फेंक में उस बिंदुओं वाले मुख के ऊपर होने की प्रायिकता को p_i से निर्दिष्ट करें; यहाँ भी $i = 1, 2, \ldots, 6$ है। पासे को स्वतंत्रत: 240 बार फेंकने पर परिणाम प्राप्त हुए

प्रेक्षित पृष्ठ	1	2	3	4	5	6
आवृत्ति	40	55	40	25	35	45

वैकल्पिक परिकल्पना $H_1:$ कम से कम एक i के लिए $p_i \neq \frac{1}{6}; i = 1, 2, \ldots, 6$ के विरुद्ध निराकरणीय परिकल्पना $H_0 : p_i = \frac{1}{6}$ जहाँ $1, 2, \ldots, 6$; का परीक्षण किया जाना है। यह दिया गया है कि $\chi^2_{5;0.05} = 11.07$, $\chi^2_{6;0.05} = 12.59$, $\chi^2_{5;0.01} = 15.09$, $\chi^2_{6;0.01} = 16.81$ उपगामी समंजन-सुष्ठुता पर आधारित H_1 के विरुद्ध H_0 के परीक्षण के लिए निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. सार्थकता के 5% स्तर पर H_0 अस्वीकृत है
2. सार्थकता के 1% स्तर पर H_0 अस्वीकृत है
3. सार्थकता के 5% स्तर पर H_0 अस्वीकृत नहीं है
4. परीक्षण प्रतिदर्शज का प्रेक्षित मान 12.5 है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

113 704113

Let $Y_1, \ldots, Y_n$ $(n \geq 2)$ be independent observations; $Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$; where $x_1, \ldots, x_n$ and $\sigma^2(>$ are known constants and $\beta \in \mathbb{R}$ is an unknown parameter. Consider $N(\beta_0, \tau^2)$ prior for the parameter β, wh β_0 and $\tau^2(> 0)$ are known constants, and $N(\mu, \lambda^2)$ denotes a normal distribution with mean μ and varia λ^2. Suppose $\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ and $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ are observed sample means. Under squared error loss functi which of the following statements are true?

1. Bayes estimate of β tends to β_0 as $\tau^2 \to 0$
2. Bayes estimate of β tends to $\dfrac{\overline{y}}{\overline{x}}$ as $\tau^2 \to 0$
3. Bayes estimate of β tends to the BLUE of β as $\tau^2 \to \infty$
4. Bayes estimate of β tends to MLE of β as $\tau^2 \to \infty$

मान लीजिए कि $Y_1, \ldots, Y_n$ $(n \geq 2)$; $Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$, स्वतंत्र प्रेक्षण हैं, जहाँ $x_1, \ldots, x_n$ तथा $\sigma^2(> 0)$ ज्ञात अचर हैं $\beta \in \mathbb{R}$ अज्ञात प्राचल है। प्राचल β के लिए पूर्व बंटन (prior distribution) $N(\beta_0, \tau^2)$ लिया गया है, जहाँ β_0 तथा $\tau^2(> 0)$ ज्ञात हैं, तथा $N(\mu, \lambda^2)$ उस प्रसामान्य बंटन को निर्दिष्ट करता है जिसका माध्य μ तथा प्रसरण λ^2 है। यदि $\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ तथा $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=}^{n}$ प्रेक्षित प्रतिदर्श माध्य हैं। वर्गीय त्रुटि हानि फलन के अधीन, निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. $\tau^2 \to 0$ होने पर β का बेज़ आकलन β_0 की ओर प्रवृत्त होता है
2. $\tau^2 \to 0$ होने पर β का बेज़ आकलन $\dfrac{\overline{y}}{\overline{x}}$ की ओर प्रवृत्त होता है
3. $\tau^2 \to \infty$ होने पर β का बेज़ आकलन β के BLUE की ओर प्रवृत्त होता है
4. $\tau^2 \to \infty$ होने पर β का बेज़ आकलन β MLE की ओर प्रवृत्त होता है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

114 704114

Observations on the shear strength of concrete from 5 randomly selected structures are given below:

Structure	1	2	3	4	5
Shear strength	1718.4	1787.4	2562.3	2356.9	2153.2

The null hypothesis H_0 that the median shear strength is 2000 units is tested against the alternat hypothesis H_1 that the median shear strength is greater than 2000 units at 5% level of significance. Wh of the following statements are true?

1. p-value of the sign test is 0.04
2. H_0 is NOT rejected at 5% level of significance by the sign test
3. The observed value of Wilcoxon signed rank test statistic W^+ is equal to 10
4. If $P_{H_0}(W^+ \geq 14) = 0.06$, then H_0 is rejected at 5% level of significance by the Wilcoxon signed rank t

यादृच्छिकत: चयनित 5 संरचनाओं में से कंक्रीट के अपरूपण सामर्थ्य पर प्रेक्षण निम्नवत हैं।

संरचना	1	2	3	4	5
अपरूपण सामर्थ्य	1718.4	1787.4	2562.3	2356.9	2153.2

वैकल्पिक परिकल्पना H_1, कि मध्य अपरूपण सामर्थ्य 2000 इकाईयों से ज्यादा है, के विरुद्ध निराकरणीय परिकल्पना H_0, कि मध्य अपरू सामर्थ्य 2000 इकाईयां है, का सार्थकता के 5% स्तर पर परीक्षण किया जाता है। निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. चिह्न परीक्षण (sign test) का p-मान 0.04 है
2. सार्थकता के 5% स्तर पर परिकल्पना H_0 चिह्न परीक्षण (sign test) के द्वारा अस्वीकृत नहीं होगी
3. विल्काक्सन चिह्नित कोटि परीक्षण प्रतिदर्शज (Wilcoxon signed rank test statistic) W^+ का प्रेक्षित मान 10 के बराबर है
4. यदि $P_{H_0}(W^+ \geq 14) = 0.06$ हो तो सार्थकता के 5% स्तर पर परिकल्पना H_0 विल्काक्सन चिह्नित कोटि परीक्षण (Wilco signed rank test) के द्वारा अस्वीकृत होगी

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

115 704115

In a standard linear regression model, let R^2 and $\overline{R}^2$, respectively, denote the coefficient of determinat and adjusted coefficient of determination. Which of the following statements are true?

1. $\overline{R}^2 < R^2$
2. R^2 increases as the number of independent variables increase
3. $\overline{R}^2$ decreases as the number of independent variables increase
4. $\overline{R}^2 > 0$

एक मानक रैखिक समाश्रयण मॉडल में, मानें कि R^2 तथा $\overline{R}^2$ क्रमश: निर्धारण गुणांक तथा समायोजित निर्धारण गुणांक निर्दिष्ट करते हैं। f में से कौन से कथन सही हैं?

1. $\overline{R}^2 < R^2$
2. R^2 बढ़ता है जैसे-जैसे स्वतंत्र चरों की संख्या बढ़ती है
3. $\overline{R}^2$ घटता है जैसे-जैसे स्वतंत्र चरों की संख्या बढ़ती है
4. $\overline{R}^2 > 0$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

116 704116

Consider the two-way ANOVA model

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, 2; j = 1, 2,$$

where μ is the overall mean effect, α_i is the effect of the i-th level of factor A, β_j is the effect of j-th leve factor B, Y_{ij} is the response of the (i, j)-th experimental unit and ϵ_{ij} is the corresponding error with $E(\epsilon_{ij})$ for $i = 1, 2; j = 1, 2$. Which of the following are estimable linear parametric functions?

1. $\mu + \alpha_2 + \beta_2$
2. $\alpha_1 - \beta_1$
3. $\alpha_2 - \beta_2$
4. $\mu - \alpha_1 - \beta_1$

निम्न द्वि-पथ (two-way) ANOVA मॉडल पर विचार करें

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, 2; j = 1, 2,$$

जहाँ μ समग्र माध्य प्रभाव है, α_i कारक A के i-वें स्तर का प्रभाव है, β_j कारक B के j-वें स्तर का प्रभाव है, (i, j)-वीं प्रायोगिक इकाई अनुक्रिया Y_{ij} है, तथा ϵ_{ij} उसकी संगत त्रुटि है, जहाँ $E(\epsilon_{ij}) = 0$, $i = 1, 2; j = 1, 2$ है। निम्न में से कौन से आकलनीय रैखिक प्राचाि फलन हैं?

1. $\mu + \alpha_2 + \beta_2$
2. $\alpha_1 - \beta_1$
3. $\alpha_2 - \beta_2$
4. $\mu - \alpha_1 - \beta_1$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

117 704117

Let $\underline{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ be a bivariate random vector with covariance matrix

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}.$$

Which of the following statements are true?

1. The first principal component based on Σ explains exactly 90% of the total variability
2. The second principal component based on Σ explains exactly 10% of the total variability
3. $\sup\{\underline{a}^T \Sigma \underline{a} : \underline{a} \in \mathbb{R}^2$ and $\underline{a}^T \underline{a} = 1\} = 3$
4. The first principal component based on Σ is $\frac{1}{\sqrt{3}}(X_1 + \sqrt{2} X_2)$

मानें कि $\underline{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ निम्न सहप्रसरण आव्यूह वाला द्विचर यादृच्छिक सदिश है।

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}.$$

निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. Σ पर आधारित प्रथम मुख्य घटक कुल परिवर्तनशीलता की यथातथत: 90% व्याख्या करता है
2. Σ पर आधारित द्वितीय मुख्य घटक कुल परिवर्तनशीलता की यथातथत: 10% व्याख्या करता है
3. $\sup\{\underline{a}^T \Sigma \underline{a} : \underline{a} \in \mathbb{R}^2$ and $\underline{a}^T \underline{a} = 1\} = 3$
4. Σ पर आधारित प्रथम मुख्य घटक $\frac{1}{\sqrt{3}}(X_1 + \sqrt{2} X_2)$ है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

118 704118

Consider the following ANOVA table for a randomized block design:

Source of variation	**Sum of squares**	**Degrees of freedom**	**Mean squares**	**F calculated**
Treatments	48	4	12	β
Blocks	72	3	24	12
Error	α	m	γ	
Total	144	19		

Which of the following statements are true?

1. $\alpha = 20$
2. $\beta = 6$
3. $m = 10$
4. $\gamma = 2$

यादृच्छिकीकृत खंडक डिज़ाइन के लिए निम्न ANOVA तालिका पर विचार करें:

विचरण के स्रोत	**वर्गों के योग**	**स्वातंत्र्य कोटियाँ**	**वर्गों का माध्य**	**परिकलित F**
उपचार	48	4	12	β
खंड	72	3	24	12
त्रुटि	α	m	γ	
योग	144	19		

निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. $\alpha = 20$
2. $\beta = 6$
3. $m = 10$
4. $\gamma = 2$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

119 704119

Let X_1, X_2, X_3 be a random sample from a continuous distribution having cumulative distribution funct $F(t)$, probability density function $f(t)$, and failure rate function $r(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$, $t > 0$, where $F(0) = 0$ $r(t) = 1$ for all $t > 0$, then which of the following statements are true?

1. $P(\max\{X_1, X_2\} < 1) = \frac{1}{2e}$
2. $P(\min\{X_1, X_2\} > 1) = \frac{1}{2e}$
3. $P(\min\{X_1, X_2\} < X_3) = \frac{2}{3}$
4. $P(\max\{X_1, X_2\} < X_3) = \frac{1}{3}$

मानें कि X_1, X_2, X_3 संचयी बंटन फलन $F(t)$, प्रयिकता घनत्व फलन $f(t)$, तथा विफलता दर फलन $r(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$, $t > 0$ ($F(0) = 0$) वाले संतत बंटन से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। यदि सभी $t > 0$ के लिए $r(t) = 1$ हो तो निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. $P(\max\{X_1, X_2\} < 1) = \frac{1}{2e}$
2. $P(\min\{X_1, X_2\} > 1) = \frac{1}{2e}$
3. $P(\min\{X_1, X_2\} < X_3) = \frac{2}{3}$
4. $P(\max\{X_1, X_2\} < X_3) = \frac{1}{3}$

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4

Multiple Response

120 704120

Consider the linear programming problem:

$$\max\{x_1 + x_2 + x_3\}$$

subject to constraints

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\le 1, \\ x_1 + x_3 &\le 2, \\ 0 \le x_1 \le \frac{1}{2}, &\quad x_2 \ge 0, \\ \text{and } 0 \le x_3 &\le 1. \end{aligned}$$

Which of the following statements are true?

1. The optimum value is 3
2. The optimum value is $\frac{3}{2}$
3. $(0, 2, 1)$ is an extreme point of the feasible region
4. $\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right)$ is the optimal solution

रैखिक प्रोग्रामन समस्या

$$\max\{x_1 + x_2 + x_3\}$$

पर निम्न प्रतिबंधों के अधीन विचार करें:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\le 1, \\ x_1 + x_3 &\le 2, \\ 0 \le x_1 \le \frac{1}{2}, &\quad x_2 \ge 0, \\ \text{तथा } 0 \le x_3 &\le 1. \end{aligned}$$

निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. इष्टतम मान 3 है
2. इष्टतम मान $\frac{3}{2}$ है
3. $(0, 2, 1)$ सुसंगत प्रक्षेत्र का चरम बिंदु है
4. $\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right)$ इष्टतम हल है

A1 : 1

1

A2 : 2

2

A3 : 3

3

A4 : 4

4