MATHEMATICS
Category -1 (Q. 1 to 50)
(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative mark: -¼)

1. If $f(x)=\begin{cases}x^2+3x+a, & x\le 1\\ bx+2, & x>1\end{cases}$, $x\in\mathbb{R}$, is everywhere differentiable, then

যদি $f(x)=\begin{cases}x^2+3x+a, & x\le 1\\ bx+2, & x>1\end{cases}$, $x\in\mathbb{R}$ অপেক্ষকটি সর্বত্র অবকলনযোগ্য হয়, তবে

(A) $a=3, b=5$
(B) $a=0, b=5$
(C) $a=0, b=3$
(D) $a=b=3$

2. Let $p(x)$ be a real polynomial of least degree which has a local maximum at $x = 1$ and a local minimum at $x = 3$. If $p(1) = 6$ and $p(3) = 2$, then $p'(0)$ is equal to

মনে করো $p(x)$ একটি বাস্তব ও ক্ষুদ্রতম ডিগ্রির পলিনোমিয়াল যার একটি স্থানীয় চরম মান $x = 1$-তে এবং একটি স্থানীয় অবম মান $x = 3$-তে আছে। যদি $p(1) = 6$ এবং $p(3) = 2$ হয়, তবে $p'(0)$-এর মান হল

(A) 8
(B) 9
(C) 3
(D) 6

3. The function $f(x)=2x^3-3x^2-12x+4$, $x\in\mathbb{R}$ has

(A) two points of local maximum.
(B) two points of local minimum.
(C) one local maximum and one local minimum.
(D) neither maximum nor minimum.

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+4$, $x\in\mathbb{R}$, অপেক্ষকটির

(A) দুটি বিন্দুতে স্থানীয় চরম মান আছে।
(B) দুটি বিন্দুতে স্থানীয় অবম মান আছে।
(C) একটি বিন্দুতে স্থানীয় চরম মান ও একটি বিন্দুতে স্থানীয় অবম মান আছে।
(D) কোন চরম বা অবম মান নেই।

4. Let $\phi(x)=f(x)+f(2a-x), x\in[0,2a]$ and $f''(x)>0$ for all $x\in[0,a]$. Then $\phi(x)$ is

(A) increasing on $[0, a]$.
(B) decreasing on $[0, a]$.
(C) increasing on $[0, 2a]$.
(D) decreasing on $[0, 2a]$.

ধরা যাক $\phi(x)=f(x)+f(2a-x), x\in[0,2a]$ এবং $f''(x)>0$ যেখানে $x\in[0,a]$। তাহলে $\phi(x)$ হল

(A) ক্রমবর্ধমান $[0, a]$।
(B) ক্রমহ্রাসমান $[0, a]$।
(C) ক্রমবর্ধমান $[0, 2a]$।
(D) ক্রমহ্রাসমান $[0, 2a]$।

5. If $g(f(x)) = |\sin x|$ and $f(g(x)) = \left(\sin\sqrt{x}\right)^2$, then

যদি $g(f(x)) = |\sin x|$ এবং $f(g(x)) = \left(\sin\sqrt{x}\right)^2$ হয়, তবে

(A) $f(x) = \sin^2 x, g(x) = \sqrt{x}$

(B) $f(x) = \sin x, g(x) = |x|$

(C) $f(x) = x^2, g(x) = \sin\sqrt{x}$

(D) $f(x) = |x|, g(x) = \sin x$

6. The expression $2^{4n} - 15n - 1$, where $n \in \mathbb{N}$ (the set of natural numbers) is divisible by

$2^{4n} - 15n - 1$ রাশিটি বিভাজ্য হবে ($n \in \mathbb{N}$, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট)—

(A) 125

(B) 225

(C) 325

(D) 425

7. If z_1, z_2 are complex numbers such that $\frac{2z_1}{3z_2}$ is a purely imaginary number, then the value of $\left|\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}\right|$ is

যদি z_1, z_2 দুটি জটিল সংখ্যা এরূপ হয় যে $\frac{2z_1}{3z_2}$ সম্পূর্ণভাবে কাল্পনিক সংখ্যা হয়, তবে $\left|\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}\right|$-এর মান হবে

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

8. The value of the integral $\int_3^6 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{9-x} + \sqrt{x}}\, dx$ is

$\int_3^6 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{9-x} + \sqrt{x}}\, dx$ সমাকলনটির মান হল

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) 2

(D) 1

9. The line $y-\sqrt{3}x+3=0$ cuts the parabola $y^2=x+2$ at the points P and Q. If the co-ordinates of the point X are $(\sqrt{3},0)$, then the value of $XP\cdot XQ$ is

$y-\sqrt{3}x+3=0$ সরলরেখাটি $y^2=x+2$ অধিবৃত্তকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। যদি X বিন্দুর স্থানাঙ্কগুলি $(\sqrt{3},0)$ হয়, তাহলে $XP\cdot XQ$-এর মান হবে

(A) $\frac{4\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$

(B) $\frac{4\left(2-\sqrt{3}\right)}{2}$

(C) $\frac{5\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$

(D) $\frac{5\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$

10. Let $f(x)=|1-2x|$, then

(A) $f(x)$ is continuous but not differentiable at $x=\frac{1}{2}$.

(B) $f(x)$ is differentiable but not continuous at $x=\frac{1}{2}$.

(C) $f(x)$ is both continuous and differentiable at $x=\frac{1}{2}$.

(D) $f(x)$ is neither differentiable nor continuous at $x=\frac{1}{2}$.

যদি $f(x)=|1-2x|$ হয়, তবে

(A) $f(x)$ সন্তত কিন্তু অবকলনযোগ্য নহে $x=\frac{1}{2}$ বিন্দুতে

(B) $f(x)$ অবকলনযোগ্য কিন্তু অসন্তত $x=\frac{1}{2}$ বিন্দুতে

(C) $f(x)$ সন্তত ও অবকলনযোগ্য $x=\frac{1}{2}$ বিন্দুতে

(D) $f(x)$ অসন্তত ও অবকলনযোগ্য নহে $x=\frac{1}{2}$ বিন্দুতে

11. If 'f' is the inverse function of 'g' and $g'(x)=\frac{1}{1+x^n}$, then the value of $f'(x)$ is

যদি 'g' অপেক্ষকের বিপরীত অপেক্ষক 'f' হয় এবং $g'(x)=\frac{1}{1+x^n}$ হয়, তাহলে $f'(x)$-এর মান হবে

(A) $1+\{f(x)\}^n$

(B) $1-\{f(x)\}^n$

(C) $\{1+f(x)\}^n$

(D) $\{f(x)\}^n$

12. If the matrix $\begin{pmatrix} 0 & a & a \\ 2b & b & -b \\ c & -c & c \end{pmatrix}$ is orthogonal, then the values of a, b, c are

যদি $\begin{pmatrix} 0 & a & a \\ 2b & b & -b \\ c & -c & c \end{pmatrix}$ একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স হয়, তাহলে a, b, c-এর মান হবে

(A) $a=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

(B) $a=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) $a=-\frac{1}{\sqrt{2}}, b=-\frac{1}{\sqrt{6}}, c=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $a=\frac{1}{\sqrt{3}}, b=\frac{1}{\sqrt{6}}, c=\frac{1}{\sqrt{3}}$

13. Let $A=\begin{bmatrix} 5 & 5\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & 5\alpha \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. If $|A|^2=25$, then $|\alpha|$ equals to

মনে করো $A=\begin{bmatrix} 5 & 5\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & 5\alpha \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$। যদি $|A|^2=25$ হয়, তবে $|\alpha|$ হবে

(A) 5^2

(B) 1

(C) $\frac{1}{5}$

(D) 5

14. A function $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, satisfies $f\left(\frac{x+y}{3}\right)=\frac{f(x)+f(y)+f(0)}{3}$ for all $x, y\in\mathbb{R}$.
If the function 'f' is differentiable at $x=0$, then f is

(A) linear

(B) quadratic

(C) cubic

(D) biquadratic

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ একটি অপেক্ষক, যেখানে $f\left(\frac{x+y}{3}\right)=\frac{f(x)+f(y)+f(0)}{3}$, $x, y\in\mathbb{R}$। যদি 'f' অপেক্ষকটি $x=0$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য হয়, তাহলে f হবে

(A) রৈখিক

(B) দ্বিঘাত

(C) ঘন

(D) দ্বি-দ্বিঘাত

15. Let f be a function which is differentiable for all real x. If $f(2) = -4$ and $f'(x) \geq 6$ for all $x \in [2, 4]$, then

ধরা যাক, x-এর সমস্ত বাস্তব মানের জন্য f অপেক্ষকটি অন্তরকলনযোগ্য। যদি $f(2) = -4$ এবং $[2, 4]$ অন্তরালে x-এর সমস্ত মানের জন্য $f'(x) \geq 6$ হয়, তাহলে

(A) $f(4) < 8$
(B) $f(4) \geq 12$
(C) $f(4) \geq 8$
(D) $f(4) < 12$

16. If E and F are two independent events with $P(E) = 0{\cdot}3$ and $P(E \cup F) = 0{\cdot}5$, then $P(E/F) - P(F/E)$ equals

যদি E এবং F দুটি স্বাধীন ঘটনা হয় যেখানে $P(E) = 0{\cdot}3$ এবং $P(E \cup F) = 0{\cdot}5$, তাহলে $P(E/F) - P(F/E)$-এর মান হবে

(A) $\frac{2}{7}$
(B) $\frac{3}{35}$
(C) $\frac{1}{70}$
(D) $\frac{1}{7}$

17. The set of points of discontinuity of the function $f(x) = x - [x]$, $x \in \mathbb{R}$ is

$f(x) = x - [x]$, $x \in \mathbb{R}$ অপেক্ষকটির অসন্তত বিন্দুগুলির সেটটি হল

(A) Q
(B) $\mathbb{R}$
(C) $\mathbb{N}$
(D) $\mathbb{Z}$

18. For what value of 'a', the sum of the squares of the roots of the equation $x^2 - (a-2)x - a + 1 = 0$ will have the least value?

'a'-এর কোন মানের জন্য, $x^2 - (a-2)x - a + 1 = 0$ সমীকরণটির বীজগুলির বর্গের সমষ্টি সর্বনিম্ন হবে?

(A) 2
(B) 0
(C) 3
(D) 1

19. $\int_{-1}^{1} \frac{x^3+|x|+1}{x^2+2|x|+1}dx$ is equal to

$\int_{-1}^{1} \frac{x^3+|x|+1}{x^2+2|x|+1}dx$-এর মান হল

(A) $\log 2$
(B) $2\log 2$
(C) $\frac{1}{2}\log 2$
(D) $4\log 2$

20. If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are non-coplanar vectors and λ is a real number then the vectors $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}$, $\lambda\vec{b}+4\vec{c}$ and $(2\lambda-1)\vec{c}$ are non-coplanar for

(A) no value of λ.
(B) all except one value of λ.
(C) all except two values of λ.
(D) all values of λ.

যদি $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি অসমতলীয় ভেক্টর হয় এবং λ একটি বাস্তব সংখ্যা, তাহলে $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}$, $\lambda\vec{b}+4\vec{c}$ এবং $(2\lambda-1)\vec{c}$ অসমতলীয় হবে

(A) λ-র কোনো মানের জন্য নয়।
(B) একটি ব্যতীত λ-র সকল মানের জন্য।
(C) দুটি ব্যতীত λ-র সকল মানের জন্য।
(D) λ-র সকল মানের জন্য।

21. Let $\omega(\neq 1)$ be a cubic root of unity. Then the minimum value of the set $\{|a+b\omega+c\omega^2|^2; a,b,c$ are distinct non-zero integers$\}$ equals

ধরা যাক $\omega(\neq 1)$ এককের ঘনমূল। তাহলে $\{|a+b\omega+c\omega^2|^2; a,b,c$ স্বতন্ত্র অ-শূন্য পূর্ণসংখ্যা$\}$-এর সর্বনিম্ন মানটি হবে

(A) 15
(B) 5
(C) 3
(D) 4

22. $\int_{0}^{1\cdot5} [x^2]dx$ is equal to

$\int_{0}^{1\cdot5} [x^2]dx$-এর মান হল

(A) 2
(B) $2-\sqrt{2}$
(C) $2+\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{2}$

23. If the sum of 'n' terms of an A.P. is $3n^2 + 5n$ and its mth term is 164, then the value of m is

যদি একটি সমান্তর প্রগতির 'n' সংখ্যক পদের যোগফল $3n^2 + 5n$ এবং তার m-তম পদটি 164 হয়, তবে m-এর মান হবে

(A) 26
(B) 27
(C) 28
(D) 29

24. If $x = \int_0^y \frac{1}{\sqrt{1+9t^2}}\,dt$ and $\frac{d^2y}{dx^2} = ay$, then a is equal to

যদি $x = \int_0^y \frac{1}{\sqrt{1+9t^2}}\,dt$ এবং $\frac{d^2y}{dx^2} = ay$ হয়, তবে a-এর মান হল

(A) 3
(B) 6
(C) 9
(D) 1

25. If ${}^9P_5 + 5\cdot{}^9P_4 = {}^{10}P_r$, then the value of '$r$' is

যদি ${}^9P_5 + 5\cdot{}^9P_4 = {}^{10}P_r$ হয়, তবে 'r'-এর মান হবে

(A) 4
(B) 8
(C) 5
(D) 7

26. If 'θ' is the angle between two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ such that $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 1$ and $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = k^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2$, then the values of k and θ are

যদি দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ θ হয় এবং $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = k^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2$ হয়, তবে k ও θ-এর মান হবে

(A) $k = 1, \theta = 45°$
(B) $k = 7, \theta = 60°$
(C) $k = 49, \theta = 90°$
(D) $k = 7$ and θ is arbitrary

27. Consider three points $P(\cos\alpha, \sin\beta)$, $Q(\sin\alpha, \cos\beta)$ and $R(0, 0)$, where $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{4}$. Then

(A) P lies on the line segment RQ.
(B) Q lies on the line segment PR.
(C) R lies on the line segment PQ.
(D) P, Q, R are non-collinear.

ধরা যাক তিনটি বিন্দু হল $P(\cos\alpha, \sin\beta)$, $Q(\sin\alpha, \cos\beta)$ এবং $R(0, 0)$, যেখানে $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{4}$। তাহলে

(A) P বিন্দুটি RQ রেখাংশের উপর অবস্থিত।
(B) Q বিন্দুটি PR রেখাংশের উপর অবস্থিত।
(C) R বিন্দুটি PQ রেখাংশের উপর অবস্থিত।
(D) P, Q, R বিন্দুগুলি অসমরেখ।

28. An $n \times n$ matrix is formed using 0, 1 and –1 as its elements. The number of such matrices which are skew symmetric is

0, 1 এবং –1 সংখ্যা ব্যবহার করে একটি $n \times n$ ম্যাট্রিক্স তৈরি করা হল। এরূপ অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স-এর সংখ্যা হল

(A) $\frac{n(n-1)}{2}$

(B) $(n-1)^2$

(C) $2^{n(n-1)/2}$

(D) $3^{n(n-1)/2}$

29. Suppose α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + qx + r = 0$ (with $r \neq 0$) and they are in A.P. Then the rank of the matrix $\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \alpha \\ \gamma & \alpha & \beta \end{pmatrix}$ is

ধরা যাক α, β, γ, $x^3 + qx + r = 0$ (যেখানে $r \neq 0$) সমীকরণের মূল এবং এরা A.P.-তে আছে তাহলে $\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \alpha \\ \gamma & \alpha & \beta \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্স-এর মাত্রা হল

(A) 3

(B) 2

(C) 0

(D) 1

30. Let $f_n(x) = \tan\frac{x}{2}(1+\sec x)(1+\sec 2x)\ldots\left(1+\sec 2^n x\right)$, then

যদি $f_n(x) = \tan\frac{x}{2}(1+\sec x)(1+\sec 2x)\ldots\left(1+\sec 2^n x\right)$ হয়, তাহলে

(A) $f_5\left(\frac{\pi}{16}\right) = 1$

(B) $f_4\left(\frac{\pi}{16}\right) = 1$

(C) $f_3\left(\frac{\pi}{16}\right) = 1$

(D) $f_2\left(\frac{\pi}{16}\right) = 1$

31. The value of the expression ${}^{47}C_4 + \sum_{j=1}^{5} {}^{52-j}C_3$ is

${}^{47}C_4 + \sum_{j=1}^{5} {}^{52-j}C_3$ রাশিমালাটির মান হলো

(A) ${}^{52}C_3$

(B) ${}^{51}C_4$

(C) ${}^{52}C_4$

(D) ${}^{51}C_3$

32. If $adj\, B = A, |P| = |Q| = 1$, then $adj\left(Q^{-1}BP^{-1}\right) =$

যদি $adj\, B = A, |P| = |Q| = 1$ হয়, তাহলে $adj\left(Q^{-1}BP^{-1}\right)$ হবে

(A) PQ

(B) QAP

(C) PAQ

(D) $PA^{-1}Q$

33. Let $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ be vectors of equal magnitude such that the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is α, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ is β and $\vec{c}$ and $\vec{a}$ is γ. Then the minimum value of $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma$ is

ধরা যাক $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ ভেক্টরগুলি সমমানের এরূপ যে $\vec{a}$ ও $\vec{b}$-র মধ্যবর্তী কোণ α, $\vec{b}$ ও $\vec{c}$-র মধ্যবর্তী কোণ β এবং $\vec{c}$ ও $\vec{a}$-র মধ্যবর্তী কোণ γ। তাহলে $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma$-র অবম মান হল

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $-\frac{3}{2}$

34. Let $f(x)$ be a second degree polynomial. If $f(1) = f(-1)$ and p, q, r are in A.P., then $f'(p), f'(q), f'(r)$ are

(A) in A.P.

(B) in G.P.

(C) in H.P.

(D) neither in A.P. or G.P. or H.P.

ধরা যাক $f(x)$ দ্বিতীয় ঘাতযুক্ত একটি বহুপদী রাশিমালা। যদি $f(1) = f(-1)$ এবং p, q, r A.P.-তে থাকে, তাহলে $f'(p), f'(q), f'(r)$

(A) A.P.-তে আছে।

(B) G.P.-তে আছে।

(C) H.P.-তে আছে।

(D) A.P., G.P. বা H.P.-র কোনোটিতেই নেই।

35. The line parallel to the x-axis passing through the intersection of the lines $ax + 2by + 3b = 0$ and $bx - 2ay - 3a = 0$ where $(a, b) \neq (0, 0)$ is

(A) above x-axis at a distance $\frac{3}{2}$ from it.
(B) above x-axis at a distance $\frac{2}{3}$ from it.
(C) below x-axis at a distance $\frac{3}{2}$ from it.
(D) below x-axis at a distance $\frac{2}{3}$ from it.

যে সরলরেখাটি x-অক্ষের সাথে সমান্তরাল এবং $ax + 2by + 3b = 0$ ও $bx - 2ay - 3a = 0$ সরলরেখা দুটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় (যেখানে $(a, b) \neq (0, 0)$), সেটি হল

(A) x-অক্ষের উপরে $\frac{3}{2}$ একক দূরত্বে।
(B) x-অক্ষের উপরে $\frac{2}{3}$ একক দূরত্বে।
(C) x-অক্ষের নীচে $\frac{3}{2}$ একক দূরত্বে।
(D) x-অক্ষের নীচে $\frac{2}{3}$ একক দূরত্বে।

36. A function f is defined by $f(x) = 2 + (x-1)^{2/3}$ on $[0, 2]$. Which of the following statements is incorrect?

(A) f is not derivable in $(0, 2)$.
(B) f is continuous in $[0, 2]$.
(C) $f(0) = f(2)$.
(D) Rolle's theorem is applicable on $[0, 2]$.

$f(x) = 2 + (x-1)^{2/3}$ অপেক্ষকটি $[0, 2]$-তে সংজ্ঞাত। তাহলে নিম্নলিখিত বক্তব্যগুলির মধ্যে কোনটি সঠিক নয়?

(A) f, $(0, 2)$-তে অবকলন যোগ্য নয়।
(B) f, $[0, 2]$-তে সন্তত।
(C) $f(0) = f(2)$
(D) রোলের উপপাদ্যটি $[0, 2]$-তে প্রযোজ্য।

37. The number of reflexive relations on a set A of n elements is equal to

n সংখ্যক পদসংখ্যাবিশিষ্ট সেটের স্বসম সম্বন্ধ-এর সংখ্যা হল

(A) 2^{n^2}
(B) n^2
(C) $2^{n(n-1)}$
(D) $n^2 - n$

38. Let $f(x)$ be continuous on $[0, 5]$ and differentiable in $(0, 5)$. If $f(0) = 0$ and $|f'(x)| \leq \frac{1}{5}$ for all x in $(0, 5)$, then $\forall x$ in $[0, 5]$

ধরা যাক, $f(x)$ অপেক্ষকটি $[0, 5]$ অন্তরে সন্তত এবং $(0, 5)$ অন্তরে অবকলনযোগ্য। যদি $f(0) = 0$ এবং $|f'(x)| \leq \frac{1}{5}$, $(0, 5)$ অন্তরে সমস্ত x-এর মানের জন্য, তাহলে $[0, 5]$ অন্তরালে সমস্ত x-এর জন্য

(A) $|f(x)| \leq 1$
(B) $|f(x)| \leq \frac{1}{5}$
(C) $f(x) = \frac{x}{5}$
(D) $|f(x)| \geq 1$

39. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan\left(\left[-\pi^2\right]x^2\right) - x^2 \tan\left(\left[-\pi^2\right]\right)}{\sin^2 x}$ equals

$\lim_{x \to 0} \frac{\tan\left(\left[-\pi^2\right]x^2\right) - x^2 \tan\left(\left[-\pi^2\right]\right)}{\sin^2 x}$ -এর মান হবে

(A) 0
(B) $\tan 10 - 10$
(C) $\tan 9 - 9$
(D) 1

40. If $\cos^{-1}\alpha + \cos^{-1}\beta + \cos^{-1}\gamma = 3\pi$, then $\alpha(\beta+\gamma) + \beta(\gamma+\alpha) + \gamma(\alpha+\beta)$ is equal to

যদি $\cos^{-1}\alpha + \cos^{-1}\beta + \cos^{-1}\gamma = 3\pi$ হয়, তাহলে $\alpha(\beta+\gamma) + \beta(\gamma+\alpha) + \gamma(\alpha+\beta)$ -এর মান হল

(A) 0
(B) 1
(C) 6
(D) 12

41. If $\vec{\alpha} = 3\vec{i} - \vec{k}$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{5}$ and $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 3$, then the area of the parallelogram for which $\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$ are adjacent sides is

যদি $\vec{\alpha} = 3\vec{i} - \vec{k}$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{5}$ এবং $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 3$ হয়, তাহলে যে সামান্তরিকের পার্শ্ববাহুদ্বয় $\vec{\alpha}$ এবং $\vec{\beta}$, তার ক্ষেত্রফল হবে

(A) $\sqrt{17}$
(B) $\sqrt{14}$
(C) $\sqrt{7}$
(D) $\sqrt{41}$

42. If $x = -1$ and $x = 2$ are extreme points of $f(x) = \alpha \log|x| + \beta x^2 + x$, $(x \neq 0)$, then

যদি $x = -1$ এবং $x = 2$, $f(x) = \alpha \log|x| + \beta x^2 + x$ -এর $(x \neq 0)$ চরমবিন্দু হয়, তাহলে

(A) $\alpha = -6, \beta = \frac{1}{2}$
(B) $\alpha = -6, \beta = -\frac{1}{2}$
(C) $\alpha = 2, \beta = -\frac{1}{2}$
(D) $\alpha = 2, \beta = \frac{1}{2}$

43. If for a matrix A, $|A|=6$ and $adj\ A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 4\\ 4 & 1 & 1\\ -1 & k & 0\end{bmatrix}$, then k is equal to

যদি A-ম্যাট্রিক্সটির জন্য $|A|=6$ এবং $adj\ A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 4\\ 4 & 1 & 1\\ -1 & k & 0\end{bmatrix}$ হয়, তবে k-র মান হবে

(A) -1
(B) 1
(C) 2
(D) 0

44. If a, b, c are positive real numbers each distinct from unity, then the value of the determinant

$$\begin{vmatrix}1 & \log_a b & \log_a c\\ \log_b a & 1 & \log_b c\\ \log_c a & \log_c b & 1\end{vmatrix}$$ is

যদি a, b, c 1 হতে ভিন্ন ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা হয়, তবে $\begin{vmatrix}1 & \log_a b & \log_a c\\ \log_b a & 1 & \log_b c\\ \log_c a & \log_c b & 1\end{vmatrix}$ ডিটারমিন্যান্ট-এর মান হল

(A) 0
(B) 1
(C) $\log_e(abc)$
(D) $\log_e a \log_e b \log_e c$

45. The straight line $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0}$ is

(A) parallel to the x-axis.
(B) parallel to the y-axis.
(C) parallel to the z-axis.
(D) perpendicular to the z-axis.

$\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0}$ সরলরেখাটি

(A) x-অক্ষের সমান্তরাল।
(B) y-অক্ষের সমান্তরাল।
(C) z-অক্ষের সমান্তরাল।
(D) z-অক্ষের সাথে লম্ব।

46. The sum of the first four terms of an arithmetic progression is 56. The sum of the last four terms is 112. If its first term is 11, then the number of terms is

একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম চারটি পদের যোগফল 56। তার শেষ চারটি পদের যোগফল 112। যদি তার প্রথম পদটি 11 হয়, তবে সমান্তর প্রগতিটির পদ সংখ্যা হবে

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13

47. The value of the integral $\int_0^{\pi/2} \log\left(\frac{4+3\sin x}{4+3\cos x}\right) dx$ is

$\int_0^{\pi/2} \log\left(\frac{4+3\sin x}{4+3\cos x}\right) dx$ সমাকলনটির মান হবে

(A) 2
(B) $\frac{3}{4}$
(C) 0
(D) –2

48. If the sum of the squares of the roots of the equation $x^2 - (a-2)x - (a+1) = 0$ is least for an appropriate value of the variable parameter a, then that value of 'a' will be

'a'-এর যে বাস্তব মানের জন্য $x^2 - (a-2)x - (a+1) = 0$ সমীকরণটির বীজগুলির বর্গের যোগফল সর্বনিম্ন হবে, সেটি হল

(A) 3
(B) 2
(C) 1
(D) 0

49. If $(1 + x - 2x^2)^6 = 1 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{12}x^{12}$, then the value of $a_2 + a_4 + a_6 + \ldots + a_{12}$ is

যদি $(1 + x - 2x^2)^6 = 1 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{12}x^{12}$ হয়, তবে $a_2 + a_4 + a_6 + \ldots + a_{12}$-এর মান হবে

(A) 21
(B) 31
(C) 32
(D) 64

50. Let $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ be unit vectors. Suppose $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{c} = 0$ and the angle between $\vec{b}$ and $\vec{c}$ is $\frac{\pi}{6}$. Then $\vec{a}$ is

ধরা যাক, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি একক ভেক্টর। যদি $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{c} = 0$ হয় এবং $\vec{b}$ ও $\vec{c}$-এর মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ $\frac{\pi}{6}$ হয়, তাহলে $\vec{a}$ হবে

(A) $\vec{b} \times \vec{c}$
(B) $\vec{c} \times \vec{b}$
(C) $\vec{b} + \vec{c}$
(D) $\pm 2\left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$

Category -2 (Q. 51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative mark: -½)

51. The probability that a non-leap year selected at random will have 53 Sundays or 53 Saturdays is

অধিবর্ষ নয় এমন একটি বর্ষকে সমসম্ভবভাবে নির্বাচন করা হল। উক্ত বর্ষে 53টি রবিবার অথবা 53টি শনিবার থাকবে তার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{1}{7}$

(B) $\frac{2}{7}$

(C) 1

(D) $\frac{2}{365}$

52. If $|Z_1|=|Z_2|=|Z_3|=1$ and $Z_1+Z_2+Z_3=0$, then the area of the triangle whose vertices are Z_1, Z_2, Z_3 is

যদি $|Z_1|=|Z_2|=|Z_3|=1$ এবং $Z_1+Z_2+Z_3=0$ হয়, তবে Z_1, Z_2, Z_3 শীর্ষবিন্দুবিশিষ্ট ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(C) 1

(D) 2

53. Let $f(\theta)=\begin{vmatrix} 1 & \cos\theta & -1 \\ -\sin\theta & 1 & -\cos\theta \\ -1 & \sin\theta & 1 \end{vmatrix}$.

Suppose A and B are respectively maximum and minimum values of $f(\theta)$. Then (A, B) is equal to

ধরা যাক $f(\theta)=\begin{vmatrix} 1 & \cos\theta & -1 \\ -\sin\theta & 1 & -\cos\theta \\ -1 & \sin\theta & 1 \end{vmatrix}$ এবং A ও B হল যথাক্রমে $f(\theta)$-র চরম ও অবম মান। তাহলে (A, B) হবে

(A) $(2, 1)$

(B) $(2, 0)$

(C) $\left(\sqrt{2}, 1\right)$

(D) $\left(2, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

54. If $f(x)=\frac{3x-4}{2x-3}$, then $f(f(f(x)))$ will be

যদি $f(x)=\frac{3x-4}{2x-3}$ হয়, তাহলে $f(f(f(x)))$ হবে

(A) x

(B) $2x$

(C) $\frac{2x-3}{3x-4}$

(D) $\frac{3x-4}{2x-3}$

55. Let $f(x)=\max\{x+|x|, x-[x]\}$, where $[x]$ stands for the greatest integer not greater than x. Then $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$ has the value

ধরি $f(x)=\max\{x+|x|, x-[x]\}$, যেখানে $[x]$ হল x-এ সর্বাপেক্ষা বড় অখণ্ড সংখ্যা। তাহলে $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$ -এর মান হল

(A) $\frac{51}{2}$

(B) $\frac{21}{2}$

(C) 1

(D) 0

56. If a, b, c are in A.P. and if the equations $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ and $2(c+a)x^2+(b+c)x=0$ have a common root, then

(A) a^2, b^2, c^2 are in A.P.

(B) a^2, c^2, b^2 are in A.P.

(C) c^2, a^2, b^2 are in A.P.

(D) a^2, b^2, c^2 are in G.P.

যদি a, b, c সমান্তর প্রগতিতে থাকে এবং $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ ও $2(c+a)x^2+(b+c)x=0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারণ বীজ থাকে, তবে

(A) a^2, b^2, c^2 সমান্তর প্রগতিতে আছে।

(B) a^2, c^2, b^2 সমান্তর প্রগতিতে আছে।

(C) c^2, a^2, b^2 সমান্তর প্রগতিতে আছে।

(D) a^2, b^2, c^2 গুণোত্তর প্রগতিতে আছে।

57. Let $x-y=0$ and $x+y=1$ be two perpendicular diameters of a circle of radius R. The circle will pass through the origin if R is equal to

যদি $x-y=0$ এবং $x+y=1$ সরলরেখা দুটি R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের দুটি লম্ব ব্যাস হয়, তাহলে বৃত্তটি মূল বিন্দুগামী হবে যদি R-এর মান হয়

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{3}$

58. Let $f(x)=|x-\alpha|+|x-\beta|$, where α, β are the roots of the equation $x^2-3x+2=0$. Then the number of points in $[\alpha, \beta]$ at which f is not differentiable is

(A) 2
(B) 0
(C) 1
(D) infinite

যদি $f(x)=|x-\alpha|+|x-\beta|$ হয়, যেখানে α, β হল $x^2-3x+2=0$ সমীকরণটির দুটি বীজ। তাহলে $[\alpha, \beta]$-এর মধ্যস্থিত যে সকল বিন্দুতে 'f' অবকলনযোগ্য হবে না, তার সংখ্যা হল

(A) 2
(B) 0
(C) 1
(D) অসংখ্য

59. The maximum number of common normals of $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$ is equal to

$y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4by$-এর সাধারণ লম্বের সর্বাধিক সংখ্যা হবে

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

60. The number of common tangents to the circles $x^2+y^2-4x-6y-12=0$, $x^2+y^2+6x+18y+26=0$ is

$x^2+y^2-4x-6y-12=0$, $x^2+y^2+6x+18y+26=0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা হল

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5

61. The number of solutions of $\sin^{-1}x+\sin^{-1}(1-x)=\cos^{-1}x$ is

$\sin^{-1}x+\sin^{-1}(1-x)=\cos^{-1}x$-এর সমাধানের সংখ্যা হবে

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 4

62. Let $u+v+w = 3$, $u, v, w \in \mathbb{R}$ and $f(x) = ux^2+vx+w$ be such that $f(x + y) = f(x)+f(y)+xy$, $\forall\ x, y \in \mathbb{R}$. Then $f(1)$ is equal to

যদি $u+v+w = 3$, $u, v, w \in \mathbb{R}$ এবং $f(x) = ux^2+vx+w$ এইরকম যে $f(x + y) = f(x)+f(y)+xy$, $\forall\ x, y \in \mathbb{R}$, তাহলে $f(1)$ হবে

(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) 3

63. Let a_n denote the term independent of x in the expansion of $\left[x+\frac{\sin(1/n)}{x^2}\right]^{3n}$, then $\lim_{n\to\infty} \frac{(a_n)n!}{{}^{3n}P_n}$ equals

মনে করো, a_n হল $\left[x+\frac{\sin(1/n)}{x^2}\right]^{3n}$ -এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ। তাহলে $\lim_{n\to\infty} \frac{(a_n)n!}{{}^{3n}P_n}$ -এর মান হল

(A) 0 (B) 1

(C) e (D) $e/\sqrt{3}$

64. If $\cos(\theta+\phi)=\frac{3}{5}$ and $\sin(\theta-\phi)=\frac{5}{13}$, $0<\theta, \phi<\frac{\pi}{4}$, then $\cot(2\theta)$ has the value

যদি $\cos(\theta+\phi)=\frac{3}{5}$ এবং $\sin(\theta-\phi)=\frac{5}{13}$, $0<\theta, \phi<\frac{\pi}{4}$ হয়, তাহলে $\cot(2\theta)$-এর মান হবে

(A) $\frac{16}{63}$ (B) $\frac{63}{16}$

(C) $\frac{3}{13}$ (D) $\frac{13}{3}$

65. If $f(x)$ and $g(x)$ are two polynomials such that $\phi(x)=f(x^3)+xg(x^3)$ is divisible by $x^2 + x + 1$, then

(A) $\phi(x)$ is divisible by $(x - 1)$

(B) none of $f(x)$ and $g(x)$ is divisible by $(x - 1)$

(C) $g(x)$ is divisible by $(x - 1)$ but $f(x)$ is not divisible by $(x - 1)$

(D) $f(x)$ is divisible by $(x - 1)$ but $g(x)$ is not divisible by $(x - 1)$

$f(x)$ এবং $g(x)$ দুটি বহুপদ, যেখানে $\phi(x)=f(x^3)+xg(x^3)$, $x^2 + x + 1$ দ্বারা বিভাজ্য, তাহলে

(A) $\phi(x)$, $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য।

(B) $f(x)$ এবং $g(x)$-এর কেউই $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(C) $g(x)$, $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু $f(x)$, $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(D) $f(x)$, $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু $g(x)$, $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

Category -3 (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative marks.)

66. If the equation $\sin^4 x-(p+2)\sin^2 x-(p+3)=0$ has a solution, the p must lie in the interval

যদি $\sin^4 x-(p+2)\sin^2 x-(p+3)=0$ সমীকরণের একটি সমাধান থাকে, তাহলে p অবশ্যই যে অন্তরে থাকবে তা হল

(A) $[-3, -2]$
(B) $(-3, -2)$
(C) $(2, 3)$
(D) $[-5, -3]$

67. If $0 \le a, b \le 3$ and the equation $x^2+4+3\cos(ax+b)=2x$ has real solutions, then the value of $(a+b)$ is

যদি $0 \le a, b \le 3$ এবং $x^2+4+3\cos(ax+b)=2x$ সমীকরণটির বাস্তব সমাধান থাকে, তবে $(a+b)$-র মান হবে

(A) $\frac{\pi}{4}$
(B) $\frac{\pi}{2}$
(C) π
(D) 2π

68. Let $f(x)=x^3$, $x \in [-1, 1]$. Then which of the following are correct?

(A) 'f' has a minimum at $x = 0$.
(B) 'f' has the maximum at $x = 1$.
(C) 'f' is continuous on $[-1, 1]$.
(D) 'f' is bounded on $[-1, 1]$.

ধরা যাক $f(x)=x^3$, $x \in [-1, 1]$। তাহলে নিম্নলিখিত কোন কোন বিবৃতিগুলি সত্য?

(A) $x = 0$ বিন্দুতে f-এর একটি অবম মান আছে।
(B) $x = 1$ বিন্দুতে f-এর চরম মান আছে।
(C) $[-1, 1]$-এ f সন্তত।
(D) $[-1, 1]$-এ f বদ্ধ।

69. Three numbers are chosen at random without replacement from $\{1, 2, ... 10\}$. The probability that the minimum of the chosen numbers is 3 or their maximum is 7, is

তিনটি সংখ্যা $\{1, 2, ... 10\}$ থেকে প্রতিস্থাপন ছাড়াই এলোমেলোভাবে বেছে নেওয়া হয়েছে। নির্বাচিত সংখ্যার সর্বনিম্ন 3 বা তাদের সর্বাধিক 7 হওয়ার সম্ভাবনা হবে

(A) $\frac{5}{40}$
(B) $\frac{3}{40}$
(C) $\frac{11}{40}$
(D) $\frac{9}{40}$

70. The population $p(t)$ at time t of a certain mouse species follows the differential equation

$$\frac{dp(t)}{dt} = 0{\cdot}5p(t) - 450 \cdot$$

If $p(0) = 850$, then the time at which the population becomes zero is

't' সময়ে কোনো নির্দিষ্ট ইঁদুর প্রজাতির সংখ্যা $p(t)$ নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটি মেনে চলে;

$$\frac{dp(t)}{dt} = 0{\cdot}5p(t) - 450$$

যদি $p(0) = 850$ হয়, তবে প্রজাতির সংখ্যা যে সময়ে শূন্য হবে তা হল

(A) $\log 9$

(B) $\frac{1}{2}\log 18$

(C) $\log 18$

(D) $2\log 18$

71. If P is a non-singular matrix of order 5×5 and the sum of the elements of each row is 1, then the sum of the elements of each row in P^{-1} is

যদি P একটি 5×5 ক্রমের অবিশিষ্ট ম্যাট্রিক্স (non-singular) হয় এবং প্রতিটি সারির উপাদানগুলির যোগফল 1 হয়, তাহলে P^{-1} -তে প্রতিটি সারির উপাদানগুলির যোগফল হবে

(A) 0

(B) 1

(C) $\frac{1}{8}$

(D) 8

72. The solution set of the equation $\left(x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right)$ $\tan(\pi\tan x) = \cot(\pi\cot x)$, is

$\tan(\pi\tan x) = \cot(\pi\cot x)$, $\left(x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right)$ সমীকরণটির সমাধান সেট হল

(A) $\{0\}$

(B) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

(C) ϕ

(D) $\left\{\frac{\pi}{6}\right\}$

73. If $f(x) = \int_0^{\sin^2 x} \sin^{-1}\sqrt{t}\,dt$ and $g(x) = \int_0^{\cos^2 x} \cos^{-1}\sqrt{t}\,dt$, then the value of $f(x)+g(x)$ is

যদি $f(x) = \int_0^{\sin^2 x} \sin^{-1}\sqrt{t}\,dt$ এবং $g(x) = \int_0^{\cos^2 x} \cos^{-1}\sqrt{t}\,dt$ হয়, তবে $f(x)+g(x)$-এর মান হবে

(A) π

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\sin^2 x + \sin x + x$

74. The value of $\int_{-100}^{100} \frac{\left(x+x^3+x^5\right)}{\left(1+x^2+x^4+x^6\right)} dx$ is

$\int_{-100}^{100} \frac{\left(x+x^3+x^5\right)}{\left(1+x^2+x^4+x^6\right)} dx$ -এর মান হবে

(A) 100
(B) 1000
(C) 0
(D) 10

75. Let $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ and $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ be defined as follows:

$f(x) = 1$ if x is rational
$= 0$ if x is irrational
] and

$g(x) = 0$ if x is rational
$= 1$ if x is irrational
] then

(A) f and g are continuous at the point $x = \frac{1}{2}$.

(B) $f+g$ is continuous at the point $x = \frac{2}{3}$ but f and g are discontinuous at $x = \frac{2}{3}$.

(C) $f(x).g(x) > 0$ for some points $x \in (0, 1)$.

(D) $f+g$ is not differentiable at the point $x = \frac{3}{4}$.

ধরা যাক $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞাত ঃ

$f(x) = 1$, যখন x মূলদ
$= 0$, যখন x অমূলদ
] এবং

$g(x) = 0$, যখন x মূলদ
$= 1$, যখন x অমূলদ
], তাহলে

(A) 'f' ও 'g' $x = \frac{1}{2}$ বিন্দুতে সন্তত।

(B) $f+g$ অপেক্ষকটি $x = \frac{2}{3}$ বিন্দুতে সন্তত কিন্তু f ও g $x = \frac{2}{3}$ -তে অসন্তত।

(C) $f(x).g(x) > 0$, $x \in (0, 1)$-এর কিছু বিন্দুতে।

(D) $f+g$ অপেক্ষকটি $x = \frac{3}{4}$ বিন্দুতে অবকলনযোগ্য নয়।