

रोल नं.
Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

128

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8
428 (IIS)

2025
गणित
MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 80
[Max. Marks : 80

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 24 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Directions : There are in all 24 questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) प्रश्नों हेतु निर्धारित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

Marks allotted to the questions are mentioned against them.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को ध्यानपूर्वक पढ़िये तथा समुचित उत्तर दीजिए।

Read each question carefully and answer to the point.

(iv) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है। इस प्रश्न के प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गए हैं। सही विकल्प अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखिए।

Question No. 1 is multiple choice question. Four options are given in answer of each part of this question. Write correct option in your answer book.

(v) प्रश्न संख्या 1 का प्रत्येक खण्ड एक अंक का है। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक एक अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 8 से 12 तक दो अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 13 से 18 तक चार अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 19 से 24 तक पाँच अंक के प्रश्न हैं, जिसमें प्रश्न संख्या 24 केस/स्रोत आधारित प्रश्न है।

Each part of Question No. 1 carries **one** mark. Question No. 2 to 7 are of **one** mark each. Question No. 8 to 12 are of **two** marks each. Question No. 13 to 18 are of **four** marks each. Question No. 19 to 24 are of **five** marks each, in which question No. 24 is Case/Source based question.

(vi) इस प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि कतिपय प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

There is no overall choice in this question paper, however, an internal choice has been provided in few questions. Attempt only one of the given choices in such questions.

1. (क) मान लीजिए कि $f : \mathbf{IR} \rightarrow \mathbf{IR}$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ \mathbf{IR} वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। सही उत्तर का चयन कीजिए : 1

- (i) f एकैकी आच्छादक है
(ii) f बहुएक आच्छादक है
(iii) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं
(iv) f न तो एकैकी है न ही आच्छादक है

Let $f : \mathbf{IR} \rightarrow \mathbf{IR}$, be defined as $f(x) = x^2$, where \mathbf{IR} is the set of real numbers.

Choose the correct answer :

- (i) f is one-one onto
(ii) f is many one onto
(iii) f is one-one but not onto
(iv) f is neither one-one nor onto

- (ख) $\tan^{-1} \left(\tan \frac{7\pi}{6} \right)$ का मान है: 1

Value of $\tan^{-1} \left(\tan \frac{7\pi}{6} \right)$ is :

- (i) $\frac{\pi}{6}$ (ii) $\frac{7\pi}{6}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iv) $\frac{5\pi}{6}$

- (ग) 3×5 कोटि के आव्यूह ($A_{3 \times 5}$) में अवयवों की संख्या होगी- 1

Number of elements in a matrix of order 3×5 ($A_{3 \times 5}$) will be :

- (i) 3 (ii) 5 (iii) 8 (iv) 15

- (घ) यदि $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा- 1

If $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$, then value of $\frac{dy}{dx}$ will be :

- (i) $2x$ (ii) $\frac{2x}{1+x^2}$ (iii) $\frac{2}{1+x^2}$ (iv) $2 \tan^{-1} x$

- (ङ) $\int \cos^2 x \, dx$ का मान है : 1

Value of $\int \cos^2 x \, dx$ is -

- (i) $\frac{1}{4} \sin 2x + c$ (ii) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + c$ (iii) $\sin^2 x + c$ (iv) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \cos 2x + c$

- (च) अवकल समीकरण $\frac{y \, dx - x \, dy}{y} = 0$ का व्यापक हल है : 1

The general solution to the differential equation $\frac{y \, dx - x \, dy}{y} = 0$ is :

- (i) $y = cx$ (ii) $x = cy^2$ (iii) $xy = c$ (iv) $y = cx^2$

(छ) x-अक्ष के दिक्कोसाइन हैं-

1

The direction cosine of x-axis are-

- (i) 1, 1, 0 (ii) 1, 1, 1 (iii) 0, 1, 1 (iv) 1, 0, 0

(ज) यदि प्रायिकता $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ और $P(A \cap B) = 1/5$, तो प्रायिकता $P(A/B)$ होगी-

1

If probability $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ and $P(A \cap B) = 1/5$, then probability

$P(A/B)$ will be -

- (i) $\frac{6}{25}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{2}{3}$

निर्देश : प्रश्न संख्या-1 के अगले दो खण्डों में, दो कथनों को **अभिकथन (A)** तथा **कारण (R)** के रूप में चिन्हित किया गया है। निम्नलिखित विकल्पों (i), (ii), (iii) तथा (iv) में से चुनकर इनका सही उत्तर दीजिए।

Direction : In next two parts of Question No.-1, there are two statements labelled as **Assertion (A)** and **Reason (R)**. From the following options (i), (ii), (iii) and (iv), select their correct answer.

(i) A तथा R दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या करता है।

Both A and R are correct and R is the correct explanation of A.

(ii) A तथा R दोनों सही हैं परन्तु R, A की सही व्याख्या नहीं करता है।

Both A and R are correct but R is not the correct explanation of A.

(iii) A सही है परन्तु R गलत है।

A is correct but R is incorrect.

(iv) A तथा R दोनों गलत हैं।

Both A and R are incorrect.

(झ) **अभिकथन (A)** : प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत होता है।

कारण (R) : प्रत्येक सतत फलन अवकलनीय होता है।

1

Assertion (A): Every differentiable function is continuous.

Reason (R) : Every continuous function is differentiable.

(ज) **अभिकथन (A)** : बिन्दु $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ और $C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

कारण (R) : त्रिभुज ABC में, $|\overline{AB}|^2 = |\overline{BC}|^2 + |\overline{AC}|^2$.

1

Assertion (A): Points $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ and $C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ are the vertices of a right angled triangle.

Reason (R) : In triangle ABC, $|\overline{AB}|^2 = |\overline{BC}|^2 + |\overline{AC}|^2$.

2. $e^{\sin x}$ के सापेक्ष $\sin^2 x$ का अवकलन कीजिए। 1
Differentiate $\sin^2 x$ with respect to $e^{\sin x}$.
3. फलन $y = \log x$ का द्वितीय कोटि का अवकलज ज्ञात कीजिए। 1
Find the second order derivative of the function $y = \log x$.
4. $\int \frac{1-x^3}{x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
Evaluate $\int \frac{1-x^3}{x^2} dx$.
5. $\int x \cdot e^x dx$ ज्ञात कीजिए। 1
Find $\int x \cdot e^x dx$.
6. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^4 = 0$ की कोटि तथा घात क्या है? 1
What is the order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^4 = 0$.
7. सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ व $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के लिए $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
For vector $\vec{a} = \hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
8. अपनी उत्तर पुस्तिका में $y = \sin x$ तथा $y = \sin^{-1} x$ फलन का आलेख (ग्राफ) खींचिए। 2
Draw the graph of the function $y = \sin x$ and $y = \sin^{-1} x$ in your answer book.
9. निम्नलिखित फलन की सातत्य की जाँच कीजिए: 2
Examine the following function for continuity:
 $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, x \neq -5$
10. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2
Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$.
11. निम्नलिखित रेखा-युग्मों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए : 2
Find the angle between the following pair of lines :
 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ और / and $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$.

12. एक पासे को एक बार उछाला जाता है। घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है', को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है', को F से निरूपित किया जाए तो बताएँ क्या घटनाएँ E और F स्वतंत्र हैं?

2

A die is thrown once. If E is the event 'the number appearing is a multiple of 3' and F be the event 'the number appearing is even', then find whether E and F are independent?

13. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) : a-b \text{ एक पूर्णांक है}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

4

Show that the relation R defined by $R = \{(a, b) : a-b \text{ is an integer}\}$ in the set Z of all integers is an equivalence relation.

14. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A (\text{Adj } A) = |A|I$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए।

4

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that $A (\text{Adj } A) = |A|I$, also find A^{-1} .

15. एक आयत की लम्बाई x, 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y, 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x=6 सेमी और y=5 सेमी है तब आयत के परिमाण तथा क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

4

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 4 cm/minute. When x=6 cm and y=5cm, find the rates of change of the perimeter and the area of the rectangle.

अथवा /OR

x के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए $y = [x(x-2)]^2$ एक वर्धमान फलन है।

Find the values of x for which $y = [x(x-2)]^2$ is an increasing function.

16. $\int \frac{5x}{(x+1)(x^2+9)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4

Evaluate $\int \frac{5x}{(x+1)(x^2+9)} dx$.

अथवा /OR

$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

17. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2+y^2=4$ एवं रेखाओं $x=0$, $x=2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4
Find the area of the region in the first quadrant enclosed by the circle $x^2+y^2=4$ and the lines $x=0$ and $x=2$.

18. तीन सदिश \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} प्रतिबंध $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ को संतुष्ट करते हैं। यदि $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$ और $|\vec{c}| = 3$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4
Three vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} satisfy the condition $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. If $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 3$, then evaluate $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

अथवा /OR

एक समांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ हैं। इसके विकर्ण के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। इसका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

The two adjacent sides of a parallelogram are $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$. Find the unit vector parallel to its diagonal. Also, find its area.

19. आयताकार आधार व आयताकार दीवारों की 2 मी. गहरी और 8 मी.³ आयतन की एक बिना ढक्कन की टंकी का निर्माण करना है। यदि टंकी के निर्माण में आधार के लिए ₹ 70/मी.² और दीवारों पर ₹ 50/मी.² व्यय आता है तो निम्नतम व्यय खर्च से बनी टंकी की लागत क्या है? 5

A tank with rectangular base and rectangular sides, open at the top is to be constructed so that its depth is 2 m and volume is 8 m³. If building of tank costs ₹ 70/m² for the base and ₹ 50/m² for sides. What is the cost of least expensive tank?

अथवा /OR

सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्रपृष्ठ वाले लम्बवृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है।

Prove that the radius of the right circular cylinder of greatest curved surface area which can be inscribed in a given cone is half of that of the cone.

20. दर्शाइए कि अवकल समीकरण $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$ समघातीय है और इसका हल ज्ञात कीजिए। 5

Show that the differential equation $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$ is homogenous and solve it.

अथवा /OR

निम्नलिखित अवकल समीकरण के लिए दिए हुए प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए:
Find a particular solution satisfying the given conditions for the following differential equation:

$$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x; y=0 \text{ यदि/when } x = \frac{\pi}{3}.$$

21. रेखाओं $\vec{r} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = -4\hat{i} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = -4\hat{i} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$.

अथवा /OR

बिन्दु जिसका स्थिति सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है, से गुजरने वाले व सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ की दिशा में जाने वाली रेखा का सदिश और कार्तीय रूपों में समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line in vector and in cartesian form that passes through the point with position vector $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ and is in the direction $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

22. आलेखीय विधि से निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $z = 3x + 9y$ का न्यूनतमीकरण एवं अधिकतमीकरण ज्ञात कीजिए : 5

By graphical method, minimise and maximise $z = 3x + 9y$ under the following constraints:

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x - y \leq 0$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

23. एक बहुविकल्पीय प्रश्न का उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है। मान लें कि उसके उत्तर जानने की प्रायिकता $3/4$ है और अनुमान लगाने की प्रायिकता $1/4$ है। मान लें कि छात्र के प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाने पर सही उत्तर देने की प्रायिकता $1/4$ है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि कोई छात्र प्रश्न का उत्तर जानता है यदि यह ज्ञात है कि उसने सही उत्तर दिया है? 5
- In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let $3/4$ be the probability that he knows the answer and $1/4$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will be correct with probability $1/4$. What is the probability that the student knows the answer given that he answered it correctly.

24. दो किसान रमेश और गुरचरण सिंह केवल तीन प्रकार के चावल जैसे बासमती, परमल और शरबती की खेती करते हैं। दोनों किसानों द्वारा सितम्बर तथा अक्टूबर माह में, इस प्रकार के चावल की बिक्री (₹ में) को, निम्नलिखित A तथा B आव्यूहों में व्यक्त किया गया है :

सितम्बर माह की बिक्री (₹ में) :

बासमती परमल शरबती

$$A = \begin{bmatrix} 10,000 & 20,000 & 30,000 \\ 50,000 & 30,000 & 10,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{रमेश} \\ \text{गुरचरण सिंह} \end{matrix}$$

अक्टूबर माह की बिक्री (₹ में) :

बासमती परमल शरबती

$$B = \begin{bmatrix} 5,000 & 10,000 & 25,000 \\ 30,000 & 20,000 & 10,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{रमेश} \\ \text{गुरचरण सिंह} \end{matrix}$$

- (i) प्रत्येक किसान की प्रत्येक प्रकार के चावल की सितम्बर तथा अक्टूबर की सम्मिलित बिक्री ज्ञात कीजिए। 1½
- (ii) सितम्बर की अपेक्षा अक्टूबर माह में हुई बिक्री में कमी ज्ञात कीजिए। 1½
- (iii) यदि दोनों किसानों को कुल बिक्री पर 2% लाभ मिलता है, तो अक्टूबर में प्रत्येक प्रकार के चावल की बिक्री पर प्रत्येक किसान को मिलने वाला लाभ ज्ञात कीजिए। 2

Two farmers Ramesh and Gurcharan Singh cultivates only three varieties of rice namely Basmati, Permal and Sharbati. The sale (in ₹) of these varieties of rice by both the farmers in the month of September and October are given by the following matrices A and B :

September sales (in ₹):

$$A = \begin{bmatrix} 10,000 & 20,000 & 30,000 \\ 50,000 & 30,000 & 10,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Basmati Permal Sharbati} \\ \text{Ramesh} \\ \text{Gurcharan Singh} \end{matrix}$$

October sales (in ₹):

$$B = \begin{bmatrix} 5,000 & 10,000 & 25,000 \\ 30,000 & 20,000 & 10,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Basmati Permal Sharbati} \\ \text{Ramesh} \\ \text{Gurcharan Singh} \end{matrix}$$

- (i) Find the combined sales in September and October for each farmer in each variety.
- (ii) Find the decrease in sales from September to October.
- (iii) If both farmers receive 2% profit on gross sales, compute the profit for each farmer and for each variety sold in October.
