

SET-A

Roll No.

Total No. of Printed Pages—16

607 R

(Regular)

M

(Science/Arts)

(For Students registered in 2021)

2 0 2 3 (A)

MATHEMATICS

SCIENCE/ARTS

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the right-hand margin indicate marks

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ସୂଚାଉଛି

Answer the questions as per directions given in each

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ସମସ୍ତ ଉତ୍ତର ଦିଅ

*Electronic gadgets are not allowed in the
Examination Hall*

ପରୀକ୍ଷା ହଲ୍‌ରେ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ୍ ଯନ୍ତ୍ରର ବ୍ୟବହାର ନିଷିଦ୍ଧ ଅଟେ

/333-A

(Turn Over)

(2)

GROUP—A

କ—ବିଭାଗ

(Marks : 10)

(ନମ୍ବର : 10)

1. Answer all questions :

1×10=10

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If R is an equivalence relation on A , then link the domain of R and the range of R .ଯଦି R , A ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ସମତୁଲ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ ହୁଏ, ତେବେ R ର ପରିସର ଓ ବିସ୍ତୃତି ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ଲେଖ।(b) Write the value of $\cos^{-1} \cos(3\pi/2)$. $\cos^{-1} \cos(3\pi/2)$ ର ମାନ ଲେଖ।

(c) Write the number of entries in a square matrix of order 4.

ଚୋଟିଏ 4 ଅର୍ଡର ବର୍ଗାକାର ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।

(d) Write the value of

$$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 22 & 390 & 22 \\ 1 & 208 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 22 & 390 & 22 \\ 1 & 208 & 0 \end{vmatrix}$$

ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

/333-A

(Continued)

(3)

(e) A random variable X has the probability distribution as given below :

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.1	k	0.3	$2k$	0.2

Then write the value of k .ନିମ୍ନରେ ଏକ ଯାଦୃକ ଚଳ X ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବଣ୍ଟନ ଦିଆଯାଇଛି :

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.1	k	0.3	$2k$	0.2

 k ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।(f) Write the function $f(x)$, where $f'(x) = f(x)$. $f(x)$ ଫଳନଟି ଲେଖ, ଯେଉଁଠାରେ $f'(x) = f(x)$.(g) Write the set of values of x for which the function $f(x) = \sin x - x$ is increasing. x ମୂଲ୍ୟର ଯେଉଁ ସେଟ୍ ପାଇଁ ଫଳନ $f(x) = \sin x - x$ ବର୍ଦ୍ଧିଷ୍ଣୁ, ତାହା ଲେଖ।

/333-A

(Turn Over)

(h) If $\int_1^2 f(x) dx = 7$, then write the value of

$$\int_1^2 f(\phi(x)) d(\phi(x)).$$

ଯଦି $\int_1^2 f(x) dx = 7$, ତେବେ $\int_1^2 f(\phi(x)) d(\phi(x))$ ର

ମାନ ଲେଖ।

(i) Write the degree of the differential

$$\text{equation } \frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + (dy/dx)}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + (dy/dx)} \text{ ଅବକଳ ସମୀକରଣର ଘାତ}$$

ଲେଖ।

(j) Write the equation of the plane meeting the coordinate axes in A, B and C in order, given that (a, b, c) is the centroid of the triangle ABC.

ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଅକ୍ଷଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ। ଯଦି (a, b, c) ତ୍ରିଭୁଜ ABCର ଭରଜେନ୍ଦ୍ର ହୁଏ, ତେବେ ସମତଳର ସମୀକରଣ ଲେଖ।

GROUP—B

ଖ—ବିଭାଗ

(Marks : 60)

(ନମ୍ବର : 60)

2. Answer any three questions :

4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^5$, then find $g \circ f$ and $f \circ g$.

ଯଦି $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^5$, ତେବେ $g \circ f$ ଏବଂ $f \circ g$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(b) Show that the relation $R = \{(m, n) : \frac{m}{n} \text{ is a power of } 5\}$ on the set $Z - \{0\}$ is an equivalence relation.

ସେତ୍ $Z - \{0\}$ ଉପରିସ୍ଥ $R = \{(m, n) : \frac{m}{n} \text{ 5ର ଘାତ ଅଟେ}\}$ ସମ୍ବନ୍ଧଟି ଏକ ସମତୁଲ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ, ଦର୍ଶାଅ।

(c) Show that
ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$\sin^{-1} \frac{4}{5} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$$

(d) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

(e) Solve the following LPP graphically :

ଲେଖକ୍ରିତ୍ତ୍ୱ ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = 20x + 40y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + y \leq 1$$

$$6x + 2y \leq 3$$

$$x, y \geq 0$$

3. Answer any three questions :

$$4 \times 3 = 12$$

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, then

(ତେବେ) find x and y (x ଏବଂ y ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର).

(b) Find the inverse of the following matrix :

ନିମ୍ନଲିଖିତ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସର ବିଲୋମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) Show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = abc(a-b)(b-c)(c-a)$$

(d) If $P(A) = 0.6$ and $P(B|A) = 0.5$, then find $P(A \cup B)$, when A and B are independent.

ଯଦି $P(A) = 0.6$, $P(B|A) = 0.5$, $P(A \cup B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେତେବେଳେ A ଏବଂ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର।

(e) A person takes 4 tests in succession. The probability of his passing the first test is p , that of his passing each succeeding test is p or $p/2$, depending on his passing or failing the preceding test. Find the probability of his passing just three tests.

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ 4ଟି ପରୀକ୍ଷା ଦିଅନ୍ତି। ପ୍ରଥମ ପରୀକ୍ଷା ପାସ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା p ଅଟେ, ତା' ପରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରୀକ୍ଷା ପାସ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପୂର୍ବ ପରୀକ୍ଷାର ପାସ କିମ୍ବା ଫେଲ୍ ହେବା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି p କିମ୍ବା $p/2$ ହୁଏ। ମାତ୍ର 3ଟି ପରୀକ୍ଷା ପାସ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. Answer any three questions :

4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $y = x^{x^x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

ଯଦି $y = x^{x^x}$, ତେବେ $\frac{dy}{dx}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(b) If $x = a \sin \theta$ and $y = b \cos \theta$, then find

$$\frac{d^2y}{dx^2}.$$

ଯଦି $x = a \sin \theta$ ଓ $y = b \cos \theta$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Test the continuity and differentiability of the following function at $x = 0$:

ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ଫଳନର $x = 0$ ଠାରେ ଅବିଚ୍ଛିନ୍ନତା ଓ ଅବକଳନୀୟତା ପରୀକ୍ଷା କର :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - e^{-x}}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

(d) Find the equation of the normal to the

curve $y = (\log x)^2$ at $x = \frac{1}{e}$.

ବକ୍ର $y = (\log x)^2$ ପ୍ରତି $x = \frac{1}{e}$ ଠାରେ ଲମ୍ବର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(e) Find two numbers x and y , whose sum is 15 such that xy^2 is maximum.

ଯୋଗଫଳ 15 ହେଉଥିବାର ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା x ଓ y ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି xy^2 ସର୍ବାଧିକ ହେବ।

5. Answer any three questions :

4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int \frac{\sin x}{\sin(x + \alpha)} dx$$

(b) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int x^2 \tan^{-1} x dx$$

- (c) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x^3$ and the double ordinate through (2, 0).

$y^2 = x^3$ ବକ୍ର ଓ (2, 0) ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଦ୍ୱିକ କୋଟି ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

- (d) Solve

ସମାଧାନ କର :

$$x \log x \frac{dy}{dx} + y = \log x$$

- (e) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$\frac{dy}{dx} = e^{3x+4y}$$

6. Answer any three questions :

4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) Prove that two vectors \vec{a} and \vec{b} are perpendicular iff $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ \vec{a} ଓ \vec{b} ଦିଶାଙ୍କଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ ଯଦି ଓ କେବଳ ଯଦି $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$.

- (b) Find the value of λ so that the three vectors $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $4\vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}$ and $\lambda\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ are coplanar

$\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $4\vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}$ ଓ $\lambda\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ ଦିଶାଙ୍କଦ୍ୱୟ ସମତଳୀୟ ହେବାପାଇଁ λ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

- (c) Show that

ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

- (d) Prove that the measure of the angle between two main diagonals of a cube is $\cos^{-1} \frac{1}{3}$.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏକ ଘନର ଦୁଇ ପ୍ରଧାନ କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ କୋଣର ମାପ $\cos^{-1} \frac{1}{3}$ ଅଟେ।

- (e) Find the point where the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ meets the plane $2x + y + z = 2$.

$\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ ରେଖାଟି ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ $2x + y + z = 2$ ସମତଳ ସହିତ ମିଳିତ ହୁଏ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(12)

GROUP—C

ଗ-ବିଭାଗ

(Marks : 30)

(ନମ୍ବର : 30)

7. Answer any one question :

6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) If (ଯଦି) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$,
show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$$

- (b) Let f be a real function. Show that $h(x) = f(x) + f(-x)$ is always an even function and $g(x) = f(x) - f(-x)$ is always an odd function. Also express $e^x + \sin x$ as the sum of an even function and an odd function.

ମନେକର f ଏକ ବାସ୍ତବ ଫଳନ,
 $h(x) = f(x) + f(-x)$ ସର୍ବଦା ଏକ ସମ-ଫଳନ ଓ
 $g(x) = f(x) - f(-x)$ ସର୍ବଦା ଏକ ବିଷମ ଫଳନ
ବୋଲି ଦର୍ଶାଅ। $e^x + \sin x$ କୁ ଏକ ସମ ଓ ଏକ
ବିଷମ ଫଳନର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ଦର୍ଶାଅ।

/333-A

(Continued)

(13)

- (c) Solve the following LPP by graphical method :

ଲେଖାଦ୍ୱାରା ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Minimize (ଲଘିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

$$Z = x + 3y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$x + 2y \geq 2$$

$$3x + y \geq 3$$

$$4x + 3y \geq 6$$

$$x, y \geq 0$$

8. Answer any one question :

6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) If (ଯଦି) $A + B + C = \pi$, prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ)

$$\begin{vmatrix} \sin^2 A & \cot A & 1 \\ \sin^2 B & \cot B & 1 \\ \sin^2 C & \cot C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

/333-A

(Turn Over)

- (b) Solve the following equations by matrix method :

ନିମ୍ନ ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକର ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କର :

$$\begin{aligned}x + 2y - 3z &= 4 \\2x + 4y - 5z &= 12 \\3x - y + z &= 3\end{aligned}$$

- (c) Four cards are drawn successively from a well-shuffled pack of 52 cards with replacement after each draw. Find the probability that—

- (i) all four cards are spades;
(ii) only three cards are spades;
(iii) none is a spade.

ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଏକ 52 ପତା ବିଶିଷ୍ଟ ତାସମୁଠାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟଣା ପରେ ସଂସ୍ଥାପନ ସହିତ 4ଟି ପତା ଟଣାଗଲା। ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

- (i) ସମସ୍ତ 4ଟି କଳାପାନ ଅଟେ;
(ii) କେବଳ 3ଟି କଳାପାନ ଅଟେ;
(iii) କୌଣସିଟି କଳାପାନ ନୁହେଁ।

9. Answer any one question :

6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) Find (ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) $\frac{dy}{dx}$, if (ଯଦି)

$$x^m y^n = \left(\frac{x}{y}\right)^{m+n}.$$

- (b) Find the points on the curve $y = x^2 + 1$, which are nearest to the point (0, 2).

ବକ୍ର $y = x^2 + 1$ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନ, ଯେଉଁମାନେ (0, 2) ବିନ୍ଦୁର ଅତି ନିକଟସ୍ଥ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

10. Answer any one question :

6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

- (a) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

$$\int \frac{x+5}{x^2+6x+13} dx$$

- (b) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = 2ax$.

$x^2 + y^2 = 2ax$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$(2x + y + 1)dx + (4x + 2y - 1)dy = 0$$

11. Answer any one question :

6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Show that

ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$$

(b) Find the equation of the line through the point (1, 2, 3) and parallel to the line $x - y + 2z - 5 = 0 = 3x + y + z - 6$.

(1, 2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଓ

$x - y + 2z - 5 = 0 = 3x + y + z - 6$ ରେଖା

ସହିତ ସମାନ୍ତର ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

★ ★ ★