इण्टरमीडिएट परीक्षा वर्ष 2025–26

प्रतिदर्श प्रश्न पत्र

विषय– गणित

विषय कोड– 131 | संकेतांक– 324

समय– 03 घण्टे 15 मिनट | पूर्णांक–100

नोट – प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित है।

निर्देश –

1. इस प्रश्न पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
2. सभी प्रश्न अनिवार्य है।
3. प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
4. प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित है।
5. प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए।

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए-

(क) संबंध $R=\{(a,b): a \leq b\}$ वास्तविक समुच्चय पर है - 1

(i) सममित तथा संक्रामक (ii) स्वतुल्य तथा सममित

(iii) स्वतुल्य तथा संक्रामक (iv) स्वतुल्य, सममित एवं संक्रामक

(ख) मान लीजिए कि $f(x) = 3x + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सही उत्तर चुनिए - 1

(i) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है। (ii) f आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं है

(iii) f एकैकी और आच्छादक है (iv) f बहुएक और आच्छादक है

Visit CollegeDekho

(ग) फलन log cos(e^x) का x के सापेक्ष अवकलन है- 1

(i) $-e^x \sin(e^x)/\cos(e^x)$ (ii) $e^x \cos(e^x)/\sin(e^x)$

(iii) $-e^x \cos(e^x)/\sin(e^x)$ (iv) $e^x \sin(e^x)/\cos(e^x)$

(घ) दो सदिशों पर $\bar{a}$ और $\bar{b}$ के परिमाण क्रमशः 1 और 2 हैं तथा $\bar{a}.\bar{b}$ = 1 है। इन सदिशों के बीच का कोण होगा- 1

(i) $\pi/2$ (ii) $\pi/4$

(iii) π (iv) $\pi/3$

(ङ) $\hat{i}.(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}.(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}.(\hat{i}\times\hat{j})$ का मान है- 1

(i) 0 (ii) -1

(iii) 1 (iv) 3

2. सभी खण्ड हल कीजिए -

(क) $\text{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

(ख) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + 5x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 6y = \log x$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिये। 1

(ग) यदि एक रेखा के दिक् अनुपात -18, 12, -4 है तो इसकी दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। 1

(घ) सदिश $\bar{a} = 2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिये। 1

(ङ) यदि P(A) = $\frac{7}{13}$ P(B) = $\frac{12}{13}$ और P(A∩B) = $\frac{5}{13}$ है तो P (A/B) ज्ञात कीजिए। 1

3. सभी खण्ड हल कीजिए -

(क) सिद्ध कीजिए कि यदि f(x) = x^2 द्वारा परिभाषित फलन f : N→ N एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है। 2

(ख) यदि A = $\begin{bmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए $A'A = I$ 2

(ग) $\int \sin^3 x\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) यदि $\bar{a} = 2\hat{i}+5\hat{j}-4\hat{k}$ तथा $\bar{b} = 4\hat{i}-\lambda\hat{j}+\mu\hat{k}$ परस्पर समांतर हैं तो λ तथा μ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Visit CollegeDekho

4. सभी खंड हल कीजिए -

(क) यदि y - cos y = x है तो इसका अवकलज ज्ञात कीजिए। 2

(ख) बिंदु (5,2,-4) से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

(ग) क्या $f(x) = \begin{cases} x, & x \le 1 \\ 5, & x > 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन x = 2 पर संतत है? 2

(घ) यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएं हैं और P(A) = $\frac{3}{5}$, P(B) = $\frac{1}{5}$ तो $\mathbf{P(A \cap B)}$ ज्ञात कीजिए। 2

5. सभी खंड हल कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थित बिंदुओं के समुच्चय में R = {(P,Q) : बिंदु P की मूल बिंदु से दूरी, बिंदु Q की मूल बिंदु से दूरी के समान हैं।} द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है। 5

(ख) अवकल समीकरण $x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y = x^2$ $(x \neq 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

(ग) x और y ज्ञात कीजिए यदि x + y = $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ और x - y = $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ है। 5

(घ) रेखाओं $\bar{r} = (\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}) + \lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ और $\bar{r} = 2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

(ङ) एक पासे पर 1, 2, 3 लाल रंग से और 4, 5, 6 हरे रंग से लिखे गए हैं। इस पासे को उछाला गया। माना A घटना “संख्या सम” है और B घटना “संख्या लाल रंग से लिखी गई है” को निरुपित करते है। क्या A तथा B स्वतंत्र हैं? 5

6. सभी खंड हल कीजिए-

(क) f(x) = $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ द्वारा प्रदत्त फलन f के स्थानीय उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 5

(ख) सिद्ध कीजिये कि दो सदिशों $\bar{a}$ और $\bar{b}$ के लिए सदैव $|\bar{a}+\bar{b}| \le |\bar{a}| + |\bar{b}|$ होता है। 5

(ग) यदि y = $Ae^{mx} + Be^{nx}$ है तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$ 5

(घ) अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। दिया हुआ है कि y = 0 यदि x = 0 5

(ङ) निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत z=5x+10y का न्यूनतमीकरण कीजिए 5

$$x+2y \le 120,\ x+y \ge 60,\ x-2y \ge 0,\ x,y \ge 0$$

Visit CollegeDekho

7. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए-

(क) (i) यदि A= $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ तो $A^2 - 5A + 6I$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

(ii) यदि A तथा B दो सममित आव्यूह हैं, तो सिद्ध कीजिए कि (AB - BA) एक विषम सममित आव्यूह होगा। 4

(ख) निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए : 8

$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$2x + y - z = 1$$
$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

8. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए -

(क) पानी की एक टंकी का आकार, उर्ध्वाधर अक्ष वाले एक उल्टे लम्ब वृत्तीय शंकु है, जिसका शीर्ष नीचे है। इसका अर्द्धशीर्ष कोण $\theta=\tan^{-1}(0.5)$ है। इसमें 5 मी0^3/मिनट की दर से पानी भरा जाता है। पानी के स्तर के बढ़ने की दर उस क्षण ज्ञात कीजिए जब टंकी में पानी की ऊंचाई 4 मी. है। 8

(ख) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ है। 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खंड को हल कीजिए -

(क) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

(ख) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

Visit CollegeDekho